

2. Рабей В. В. Динамика ударного взаимодействия грузоподъемных кранов с препятствиями / В. В. Рабей, Н. Н. Панасенко // V сессия научного совета РАН по МДТТ. – Астрахань : АГТУ, 2011. – С. 57–59.

3. Рабей В. В. Математическая модель взаимодействия кранов с тупиковыми упорами на основе теории МКЭ / В. В. Рабей // ПТСДМ : мат-лы 15-й конф. – М. : МГАВТ, 2011. – С. 116–118.

4. Режим доступа: www.demag.com, свободный. – Заглавие с экрана. – Яз. рус.

References

1. Panasenko N. N. Sostojanie nauchno-issledovatel'skih rabot po dinamike processa naezda gruzopodemnyh kranov na tupikovye upory i prepjatstvija / N. N. Panasenko, V. V. Rabej // Innovacionnye tehnologii v mashinostroenii: problemy, zadachi, reshenija : sb. nauch. tr. – Orsk : Orsk. gum.-tehnol. in-t, 2012. – S. 186–192.

2. Rabej V. V. Dinamika udarnogo vzaimodejstvija gruzopodemnyh kranov s prepjatstvijami / V. V. Rabej, N. N. Panasenko // V sessija nauchnogo soveta RAN po MDTT. – Astrahan' : AGTU, 2011. – S. 57–59.

3. Rabej V. V. Matematicheskaja model' vzaimodejstvija kranov s tupikovymi uporami na osnove teorii MKJe / V. V. Rabej // PTSDM : mat-ly 15-j konf. – M. : MGAVT, 2011. – S. 116–118.

4. Rezhim dostupa: www.demag.com, svobodnyj. – Zaglavie s jekrana. – Jaz. rus.

УДК 004.942

МЕТОД РАСЧЁТА ПАРАМЕТРОВ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ ОБУЧАЮЩЕЙ СИСТЕМЫ

Сербин Владимир Иванович, старший преподаватель, Астраханский государственный университет, 414056, Россия, г. Астрахань, ул. Татищева, 20а, e-mail: viserbin@mail.ru.

В статье рассмотрена модель обучающей системы, состоящей из двух чередующихся процессов: процесса передачи теоретических знаний и процесса тренинга. В процессе передачи знаний в систему обучения поступает информация с интенсивностью λ , среднее время передачи информации $\sigma = \frac{1}{\lambda}$. В процессе тренинга система обучения обрабатывает

поступившую информацию с интенсивностью тренинга μ , среднее время тренинга $\tau = \frac{1}{\mu}$.

Параметры обучения предварительно считаются неизвестными и определяются в процессе работы процессов, входящих в обучающую систему. Определим эти неизвестные параметры обучения путём обработки экспериментальных статистических данных. Рассмотрим время решения задачи группой обучаемых как реализацию n -мерной случайной величины. Составляющие этой случайной величины будем считать независимыми величинами. Найдём точечные оценки μ и τ методом наибольшего правдоподобия. В результате в качестве оценки сложности задачи τ можно принять значение среднего времени решения задачи обучаемыми. Рассмотрим время решения множества задач обучаемым как реализацию n -мерной случайной величины. Составляющие этой случайной величины будем считать независимыми величинами. Найдём точечные оценки λ и σ методом наибольшего правдоподобия. В результате в качестве оценки среднего времени передачи информации σ можно принять значение среднего времени решения задач обучаемым. Полученные точечные оценки уровня подготовки обучаемого и сложности задач можно применять для оценивания результатов выполнения заданий в автоматизированной обучающей или тестирующей системе.

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Ключевые слова: математическая модель обучающей системы, интенсивность передачи знаний, среднее время передачи знаний, интенсивность тренинга, среднее время тренинга, время решения задачи, вероятность решения задачи, функция оценки, показательный закон распределения, функция распределения вероятности, метод наибольшего правдоподобия.

METHOD OF CALCULATION OF PARAMETERS OF THE AUTOMATED TRAINING SYSTEM

Serbin Vladimir I., senior lecturer, Astrakhan State University, 414056, Russia, Astrakhan, 20a, Tatishchev st., e-mail: viserbin@mail.ru.

In article the model of the training system consisting of two alternating processes is considered: process of transfer of theoretical knowledge and training process. In the course of transfer of knowledge to training system the information with intensity λ average time of information transfer arrives $\sigma = \frac{1}{\lambda}$. In the course of training the training system processes the arrived infor-

mation with intensity of training μ , average time of training $\tau = \frac{1}{\mu}$. Training parameters preliminary are considered as unknown persons and are defined in the course of work of the processes entering into training system. We will define these unknown parameters of training by processing of the experimental statistical data. We will consider time of the decision of a problem group of trainees as realization of a n -dimensional random variable. Components of this random variable we will consider as independent sizes. We will find dot estimations μ and τ with respect of a method of the greatest credibility. As a result as an estimation of complexity of a problem τ it is possible to make value of average time of the decision of a problem trainees. Let's consider time of the decision of set of problems the trainee as realization of a n -dimensional random variable. Components of this random variable we will consider as independent sizes. We will find dot estimations λ and σ with a method of the greatest credibility. As a result as an estimation of average time of information transfer σ it is possible to make value of average time of the decision of problems the trainee. The received dot estimations of level of preparation of the trainee and complexity of problems can be applied to an estimation of results of performance of tasks in the automated training or testing system.

Key words: mathematical model of education system, intensity of knowledge transfer, average time of knowledge transfer, intensity of training, average time of training, problem time, probability of task solution, rating function, exponential distribution law, probability distribution, likelihood method.

1. Автоматизированные обучающие системы

Для реализации управления работой автоматизированной обучающей системы необходимо построить математическую модель ее поведения в различных режимах. Эта модель должна описывать поведение её компонентов как функцию от времени. Рассмотрим обучающую систему, состоящую из двух чередующихся процессов: процесса передачи теоретических знаний и процесса тренинга.

Пусть выполняются следующие условия:

- время решения задачи и время изучения какой-то темы не зависит от времени начала (свойство стационарности);
- время решения задачи не зависит от того, решались ли другие задачи ранее; время изучения темы не зависит от времени изучения других тем (свойство отсутствия последействия);
- наступление двух или более переходов между процессами тренинга и передачи знаний за малый промежуток времени практически невозможен (свойство ординарности).

Тогда эти процессы удовлетворяют постулатам процесса Пуассона, и такую модель обучения можно описать с помощью Марковского процесса типа «гибель – размножение» [2, с. 300].

Рассмотрим параметры процесса обучения:

1. В процессе передачи знаний в систему обучения поступает информация с интенсивностью λ . Среднее время передачи информации – $\sigma = \frac{1}{\lambda}$. λ можно считать интенсивностью перехода из состояния передачи знаний в состояние тренинга, или интенсивностью передачи знаний, а σ – средним временем перехода, или средним временем передачи знаний.

2. В процессе тренинга система обучения обрабатывает поступившую информацию с интенсивностью μ . Среднее время тренинга – $\tau = \frac{1}{\mu}$. μ можно считать интенсивностью перехода из состояния тренинга в состояние передачи знаний, или интенсивностью обработки знаний и выработки умений, а τ – средним временем перехода, или средним временем обработки знаний и выработки умений.

Очевидно, что $\lambda > 0$, $\sigma > 0$, $\mu > 0$, $\tau > 0$, $\rho > 0$.

2. Определение параметров обучения

Параметры обучения λ , σ , μ , τ предварительно считаются неизвестными и определяются в процессе работы процессов, входящих в обучающую систему.

Так как неизвестные параметры обучения можно определить только путём обработки экспериментальных статистических данных, рассмотрим процесс обучения группы студентов.

В соответствии с этим на каждом шаге итерации выполняются следующие процедуры обучения: процедуры передачи знаний по очередной теме и процедуры решения тренировочных задач для выработки умения и формирования навыков.

При этом процесс обучения может проводиться в одном из двух режимов:

1. В первом режиме обучения сначала производится передача знаний, после чего выполняется процесс решения тренировочных задач по пройденной теме.

2. Во втором случае процесс обучения начинается с тренинга, после чего производится передача знаний по новой теме.

При любом проведении процесса обучения результаты вычисления статистических оценок уровня знаний, умений и навыков будут отличаться от существующих точных значений этих параметров.

3. Оценка сложности задачи методом наибольшего правдоподобия

По своему физическому смыслу оценки являются определёнными функциями случайных значений таблицы времени решения задач и поэтому сами являются случайными величинами. Для этих случайных величин необходимо, чтобы математическое ожидание оценок совпадало с соответствующими значениями, а дисперсия была бы минимальной [1, с. 198].

В работе [3, с. 4] описана однокомпонентная модель обучения, согласно которой случайная величина T – время решения задачи – подчиняется показательному закону распределения, функция распределения которого равна

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

$$F(\mu, t) = 1 - e^{-\mu t}.$$

Дифференциальная функция распределения вероятности этой модели равна

$$f(t, \tau) = \mu e^{-\mu t},$$

а математическое ожидание случайной величины $T - M(T) = \frac{1}{\mu} = \tau$.

Здесь μ – интенсивность тренинга, τ – сложность задачи. Это означает, что среднее время решения задачи равно её сложности τ . В данной модели величины μ и τ являются неизвестными параметрами.

Пусть задачу сложности τ решают n обучаемых, все обучаемые решили данную задачу, и время решения задачи каждым из обучаемых равно t_1, t_2, \dots, t_n соответственно. Будем рассматривать результаты решения задачи как реализацию n -мерной случайной величины $T = (T_1, T_2, \dots, T_n)$, а составляющие этой случайной величины будем считать независимыми величинами. Найдём точечные оценки μ и τ методом наибольшего правдоподобия [1, с. 232].

Функция правдоподобия равна

$$L = \mu^n e^{-\mu \sum_{i=1}^n t_i},$$

логарифмическая функция правдоподобия равна

$$\ln L = n \ln \mu - \mu \sum_{i=1}^n t_i,$$

производная логарифмической функции правдоподобия по μ равна

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \mu} = \frac{n}{\mu} - \sum_{i=1}^n t_i$$

Приравняв производную к 0, получим

$$\tau = \frac{1}{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n} = \bar{t}$$

Таким образом, в качестве оценки сложности задачи τ можно принять значение \bar{t} – среднего времени решения задачи обучаемыми.

Данная оценка является состоятельной, асимптотически эффективной, имеет асимптотически нормальное распределение. Кроме того, эта оценка, даже если и не является несмещённой, то является асимптотически несмещённой при увеличении n .

4. Оценка уровня подготовки обучаемого методом наибольшего правдоподобия

Рассмотрим снова случайную величину T – время решения задач учеником. Функция распределения равна

$$F(t, \lambda) = 1 - e^{-\lambda t},$$

дифференциальная функция распределения вероятности такой модели равна

$$f(\lambda, t) = \lambda e^{-\lambda t} = \frac{1}{\sigma} e^{-\frac{t}{\sigma}}.$$

Здесь λ – интенсивность передачи знаний, σ – уровень подготовки обучаемого. Математическое ожидание случайной величины T равно

$$M(T) = \frac{1}{\lambda} = \sigma$$

Это означает, что среднее время решения задачи обучаемым равно уровню его подготовки σ . Величины λ и σ являются неизвестным параметром.

Пусть обучаемый решил m задач, и время решения каждой задачи равно t_1, t_2, \dots, t_m соответственно. Будем рассматривать результаты решения задач как реализацию m -мерной случайной величины $T = (T_1, T_2, \dots, T_m)$, а составляющие этой случайной величины будем считать независимыми величинами. Найдём точечную оценку величины σ методом наибольшего правдоподобия. В результате получим

$$\sigma = \frac{1}{\lambda} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n} = \bar{t}$$

Таким образом, в качестве оценки уровня подготовки обучаемого σ можно принять значение \bar{t} – среднего времени решения задач обучаемым.

Данная оценка является состоятельной, асимптотически эффективной, имеет асимптотически нормальное распределение. Кроме того, эта оценка, даже если и не является несмещённой, то является асимптотически несмещённой при увеличении m .

5. Заключение и выводы

Полученные точечные оценки уровня подготовки обучаемого и сложности задач можно применять для оценивания результатов выполнения заданий в автоматизированной обучающей или тестирующей системе.

Вероятностные оценки позволяют прогнозировать успешное выполнение задания данной сложности обучаемым с известным уровнем подготовленности. Этот прогноз можно использовать в автоматизированной обучающей системе для адаптивного управления подбором заданий, адекватных уровням подготовки группы обучаемых.

Список литературы

1. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В. Е. Гмурман. – М. : Высшая школа, 2003.
2. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей / Б. В. Гнеденко. – М. : Наука, 1988.
3. Сербин В. И. Методы оценки знаний в подсистеме тренинга обучающей системы / В. И. Сербин // Вестник АГТУ. – 2007. – № 1 (36). – С. 247–251.

References

1. Gmurman V. E. Teorija verovatnostej i matematičeskaja statistika / V. E. Gmurman. – M. : Vysshaja shkola, 2003.
2. Gnedenko B. V. Kurs teorij verovatnostej / B. V. Gnedenko. – M. : Nauka, 1988.
3. Serbin V. I. Metody ocenki znanij v podsisteme treninga obučajuwej sistemy / V. I. Serbin // Vestnik AGTU. – 2007. – № 1 (36). – S. 247–251.