

Метод анализа иерархий и его приложение к поддержке принятия решений при обеспечении процессов управления качеством легко алгоритмируется и может быть реализован программно. На сегодняшний день наиболее известна автоматизированная система TRIM Q2M, разработанная НПП СпецТек и охватывающая многие аспекты системы управления качеством. Однако в этой автоматизированной системе не реализованы процедуры многокритериального выбора альтернатив, что не позволяет решать многие проблемы, связанные с принятием решений СМК. В Астраханском государственном университете в настоящее время ведутся работы по созданию автоматизированной системы поддержки менеджмента качества, реализующей в полной мере методы теории принятия решений и оценки эффективности процессов СМК.

Подобные системы позволяют более активно внедрять стандарты ГОСТ Р ИСО 9000, вовлекая в процесс обеспечения качества управляющий состав предприятия, что, в свою очередь, делает автоматизированную систему СМК мощным инструментом качества.

¹ ГОСТ Р ИСО 9000-2001. Системы менеджмента качества. Основные положения и словарь. Введ. 2001-08-15. М.: Изд-во стандартов, 2001.

² Саати Т. Принятие решений: метод анализа иерархий: Пер. с англ. М.: Радио и связь, 1993.

УДК 519.816

**МЕТОД ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ
НА ОСНОВЕ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫХ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ
ЭКСПЕРТНЫХ ОЦЕНОК**

Б.Х. Санжапов, И.С. Калина

В статье рассматривается модель принятия решений на основе многокритериальной оценки объектов, представленной в виде нечетких распределенных величин. Метод обработки информации основывается на решении задачи минимизации разности полезностей двух рассматриваемых альтернатив. Знание функций полезности не является обязательным, достаточно определить линейный порядок на используемых дискретных градациях рассматриваемых шкал.

Анализ концепции развития сложной системы связан с исследованием реализации альтернативных вариантов, каждый из которых способствует успешному достижению сформулированной генеральной цели. В частности, при исследовании экономико-социального развития региона с позиций системного анализа такими средствами достижения генеральной цели могут быть различные программы: инновационные, технические, связанные с разработкой и производством новых образцов техники, технологические (разработка и внедрение прогрессивных технологий), социальные, экономические и др. Поэтому важно определить наиболее перспективную реализацию принятой к выполнению программы. Иными словами, необходимо проранжировать исходное множество таких исследуемых объектов по их предпочтительности.

Рассматриваемое множество альтернатив оценивается экспертами по многим критериям, причем следует заметить, что каждая альтернатива характеризуется в общем случае своим набором специфических свойств, отличающихся друг от друга¹. Вопросы анализа вариантов реализации конкретной программы связаны с моделированием принятия решений и рассмотрением целого ряда возможных последствий. Все это обуславливает необходи-

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

мость использования методов теории принятия решений для выбора наилучшей альтернативы на основе рассмотрения многих критериев, т.е. необходимо оптимизировать решение в соответствии с несколькими целями.

Анализ и оценка рассматриваемых альтернатив – возможных вариантов реализации программы – осуществляется обычно силами экспертов на основе критериев, носящих часто качественный характер. Получаемая при этом от экспертов информация является неформальной. В этих условиях одним из приемлемых методов, на наш взгляд, является аппарат теории нечетких множеств². Этот аппарат обеспечивает возможность обработки субъективных оценок альтернатив, осуществляемых специалистами в определенной предметной области (экспертами) для принятия на их основе обоснованных решений.

В дальнейшем будем использовать один из информативных способов формализации суждения эксперта – его представление в виде оценочной функции на множестве допустимых вариантов ответа. Основные особенности исследуемых задач следующие:

- многокритериальность;
- критерии являются лингвистическими и задаются на дискретных порядковых шкалах;
- оценки альтернатив по выбранным критериям являются нечеткими и представляются в виде распределения уверенности на порядковой шкале.

Последнее обстоятельство обусловлено тем, что в ряде случаев невозможно произвести парное сравнение объектов в силу того, что они, например, принадлежат различным классам.

Рассмотрим математическую постановку задачи ранжирования альтернатив, основываясь на результатах работ³.

Пусть исследуемые альтернативные варианты реализации программы, которые формирует лицо, принимающее решение (ЛПР), совместно с группой консультантов, образуют множество $\Omega = \{1, 2, \dots, n\}$.

Для оценки каждой альтернативы из рассматриваемого множества формируются соответствующие критерии. Оценка альтернатив производится силами экспертов в предметных областях, которые также разрабатывают порядковые шкалы:

$$E^{\xi} = \{e_k^{\xi} \mid k = \overline{1, m^{\xi}}, \xi = \overline{1, \alpha}\}$$

Здесь ξ – номер критерия, m^{ξ} – число градаций шкалы E^{ξ} , используемой для критерия ξ , k – номер градации шкалы E^{ξ} , α – общее число используемых критериев.

Каждая альтернатива оценивается по всем критериям, оценка при этом задается в виде распределения уверенности.

Функция, характеризующая такое распределение, представляется в виде $m: 2^X \rightarrow [0,1]$, и обладает свойствами: $m(\emptyset) = \phi$, $\sum_{A \subseteq X} m(A) = 1$,

где X – рассматриваемое множество дискретных градаций шкалы E^{ξ} ($\xi = \overline{1, \alpha}$), A – его подмножества, представляющие собой отдельные градации шкалы, их некоторые объединения, которые обусловлены спецификой решаемой конкретной задачи, 2^X – множество всех подмножеств отрезка $[0,1]$.

Степень уверенности во множестве $A \subseteq X$ выражается в виде функции уверенности (доверия), которая представляется при использовании распределения уверенности в следующем виде:

$$Bel(A) = \sum_{B \subseteq A} m(B), A \subseteq X$$

Функция доверия обладает следующими свойствами, наличие которых дает возможность более адекватно представить экспертную информацию:

$$Bel(\emptyset) = 0, 2) Bel(X) = 1, 3) \forall A_1, \dots, A_n \subseteq X, n > 0.$$

$$\text{Выполняется } Bel(A_1 Y \dots Y A_n) \geq (-1)^{|I|+1} \prod_{i \in I} Bel(I A_i), \quad I \subseteq \{1, \dots, n\}.$$

Для иллюстрации предложенного подхода рассмотрим оценку какой-либо альтернативы по критерию «Технологичность». Допустим, что, по мнению экспертов, оценки по этому критерию могут иметь только четыре значения, т.е. шкала разбивается на четыре градации: Низкая, Приемлемая, Хорошая, Высокая. Пусть «осторожный» эксперт сделал следующие оценки: $m(\text{Низкая}) = 0,1$; $m(\text{Приемлемая}) = 0,3$; $m(\text{Хорошая}) = 0,3$; $m(\text{Высокая}) = 0,1$. Рассмотренные оценки являются заниженными (их сумма меньше единицы), неопределенность имеет место при рассмотрении соседних градаций, которая моделируется следующим образом: $m(\text{Низкая или Приемлемая}) = 0,05$; $m(\text{Приемлемая или Хорошая}) = 0,1$; $m(\text{Хорошая или Высокая}) = 0,05$.

В дальнейшем будем считать, что выполняется предположение: «незакрепленные» массы характеризуют неопределенность при оценке альтернативы только при рассмотрении соседних градаций лингвистической шкалы⁴.

Заметим, что в случае «закрепленных» масс оценка альтернативы a представляется в виде распределения: $\gamma^\xi(a) = (p_{a_1}^\xi, \dots, p_{a_n}^\xi)$ при ограничениях $\sum_{k=1}^{n^\xi} p_{a_k}^\xi = 1, p_{a_k}^\xi \geq 0, \xi = \overline{1, \alpha}$, величина $p_{a_k}^\xi$ трактуется как достоверность того или степень уверенности в том, что при рассмотрении критерия ξ оценка альтернативы a по шкале E^ξ есть e_k^ξ .

Один из способов определения оценок $m(e_k^\xi), \xi = \overline{1, \alpha}, k = \overline{1, n^\xi}$, характерный для «осторожных» экспертов при групповом оценивании альтернатив, заключается в том, что величина оценки принимается пропорционально числу голосов экспертов (или равной доле числа экспертов), полагающих, что оценка альтернативы по фиксированному критерию при рассмотрении конкретной градации соответствующей шкалы является минимальной и ее нельзя уменьшить.

Оценка альтернативы $a \in \Omega = \{1, \dots, n\}$ по критерию $\xi \in \{1, \dots, \alpha\}$ представляется в виде распределенной оценки:

$$\gamma^\xi(a) = (m_1^\xi(a), m_{1,2}^\xi(a), m_2^\xi(a), \dots, m_{n^\xi}^\xi(a)),$$

сумма оценок в скобках равна единице. Здесь предполагается, что неопределенность при экспертном оценивании альтернатив может иметь место только при рассмотрении соседних градаций лингвистической шкалы. Таким образом, каждая альтернатива $a \in \Omega = \{1, \dots, n\}$ при многокритериальной оценке характеризуется набором $\gamma(a) = (\gamma^1(a), \dots, \gamma^\alpha(a))$.

В дальнейшем будем считать, что выполняются следующие предположения, не ограничивающие существенно класс решаемых задач.

Предположение 1. Оценка альтернативы по всем критериям является распределенной, т.е. оценка по каждому критерию не зависит от оценок по другим критериям.

Предположение 2. Относительная предпочтительность оценок на шкалах, в том числе и лингвистических, описывается аддитивной функцией полезности:

$$u(e_1^\xi, \dots, e_{n^\xi}^\xi) = u(e_1^\xi) + \dots + u(e_{n^\xi}^\xi), \quad \xi = \overline{1, \alpha}$$

На основании Предположения 2 можно сделать вывод о том, что на множестве всех градаций шкал $E^\xi - \{e_k^\xi \mid k = \overline{1, n^\xi}, \xi = \overline{1, \alpha}\}$ определяется отношение квазисерии Φ :

$$e_k^{\xi'} \Phi e_t^{\xi''} \Leftrightarrow u_{\xi'}(e_k^{\xi'}) > u_{\xi''}(e_t^{\xi''}).$$

Отношение P на множестве $\Omega = \{1, \dots, n\}$ называется квазисерией (четкой), если оно антирефлексивно, транзитивно и отношение $\overline{P \cup P^{-1}}$ есть отношение эквивалентности. С по-

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

мощью такой конструкции все градации шкал используемых критериев разбиваются на классы эквивалентных градаций C_1, \dots, C_m , а сами эти классы строго упорядочиваются по предпочтению. Для построенных таким образом градаций выполняются условия:

$$(e_s^{\xi'}, e_t^{\xi'} \in C_i) \Leftrightarrow u_{\xi'}(e_s^{\xi'}) = u_{\xi'}(e_t^{\xi'}), (e_s^{\xi'} \in C_i, e_t^{\xi'} \in C_j, i < j) \Leftrightarrow u_{\xi'}(e_s^{\xi'}) > u_{\xi'}(e_t^{\xi'})$$

Существенным моментом в задаче ранжирования альтернатив в такой постановке задачи является то, что знание функции полезности не является обязательным.

Для решения поставленной выше задачи от экспертов и ЛПР требуется информация следующего вида:

- 1) $\Omega = \{1, 2, \dots, n\}$ – множество альтернатив;
- 2) $\{K_{\xi}, \xi = \overline{1, \alpha}\}$ – множество критериев со шкалами, имеющими дискретные градации;
- 3) множество распределенных оценок каждой альтернативы

$$a \in \Omega = \{1, \dots, n\} - \gamma^{\xi}(a) = (m_1^{\xi}(a), m_{1,2}^{\xi}(a), m_2^{\xi}(a), \dots, m_{n^{\xi}}^{\xi}(a))$$

по выбранной шкале $E^{\xi} = \{e_k^{\xi} \mid k = \overline{1, m^{\xi}}, \xi = \overline{1, \alpha}\}$;

4) C_1, \dots, C_m – классы эквивалентных градаций построенных ЛПР при условии того, что каждая градация из класса C_j строго предпочтительней любой градации из класса C_{j+1} .

Приведенная выше информация является необходимой для ранжирования альтернатив при их оценке по многим критериям и моделировании сведений на основе распределения уверенности, полученных от экспертов и ЛПР.

Схема обработки экспертной информации, заданной в таком виде, предполагает выполнение несколько этапов⁴. На первом – строится функционал, характеризующий модуль разности по полезности произвольных двух альтернатив для фиксированного критерия. На втором – решается транспортная задача линейного программирования максимизации меры эквивалентности этих альтернатив, что позволяет определить значения масс уверенности и получить в результате оценки с «закрепленными массами»⁴. На третьем – используется метод построения обобщенной шкалы $E = \{e_1, \dots, e_m\}$, в которой каждая градация принадлежит соответствующему классу эквивалентных градаций. Каждая альтернатива оценивается в виде распределенной величины, каждая компонента которой есть среднее арифметическое значение по оценкам различных критериев, входящих в рассматриваемый класс. На четвертом – решается соответствующая транспортная задача линейного программирования закрытого типа минимизации разности по полезности двух альтернатив. На пятом – определяется нечеткое обратимое отношение на множестве рассматриваемых альтернатив, которое не является в общем случае транзитивным. Поэтому задачу упорядочения объектов будем искать в нечетком виде путем построения нечеткой обратимой квазисерии, близкой к исходному нечеткому отношению, представленной матрицей транзитивного замыкания $A = (a_{ij})$:

$$\rho(A, T) = \max_{i, j \in \Omega \times \Omega} |a_{ij} - t_{ij}| \rightarrow \min_{T \in \overset{\infty}{T}},$$

где $\overset{\infty}{T}$ – множество нечетких обратимых квазисерий, т.е. множество рефлексивных, обратимых и транзитивных отношений $T = (t_{ij})$. Введем дополнительную переменную $\lambda = \rho(A, T)$, тогда вышеизложенную задачу перепишем в виде:

$$\begin{aligned} \lambda &\rightarrow \min, \\ a_{ij} - \lambda &\leq t_{ij} \leq a_{ij} + \lambda, \forall i, j \in \Omega, \\ t_{ij} &\geq 0, t_{ij} = 1, t_{ij} + t_{ji} = 1, \forall i, j \in \Omega, i \neq j, \\ t_{ij} &\geq t_{ik} \wedge t_{kj}, \forall i, j, k \in \Omega. \end{aligned}$$

Для поиска сверхтранзитивной матрицы, аппроксимирующей вычисленную матрицу, используется разработанный программный продукт⁵.

Предложенный подход был использован, в частности, при определении оптимальной реализации программы – выбора рационального способа бурения⁶. Рассматривается пять альтернативных способов: роторный, лазерный, лазерно-ультразвуковой, турбинный, взрывной. Это множество оценивается по 23 критериям: экономический, экологический, технологический, технический и др., с введенными на них порядковыми шкалами. Наилучшим оказался лазерно-ультразвуковой способ, который лучше эквивалентных между собой турбинного и лазерного как 0,59, т.е. преимущество не является абсолютным. Последние эквивалентные способы лучше роторного как 0,65, что указывает на их превосходство. И роторный – незначительно превосходит взрывной (как 0,55).

В заключение следует заметить, что рассмотренный подход к решению задачи ранжирования альтернатив, оцениваемых по многим критериям, позволяет моделировать лингвистическую информацию в виде распределенных оценок. Предложенный метод ее обработки, основанный на минимизации разности по полезности объектов, не подразумевает знания функции полезности, при этом необходимо установить только линейный порядок на множестве градаций обобщенной шкалы. Эффективность работы подтверждена при решении конкретных задач выбора оптимальной реализации принятых к исполнению программ развития региона.

¹ *Дубов Ю.А., Травкин С.И., Якимец В.Н.* Многокритериальные модели формирования и выбора вариантов систем. М.: Наука, 1986; Брахман Т.Р. Многокритериальность и выбор альтернатив в технике. М.: Радио и связь, 1984.

² Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / Под ред. Д.А. Поспелова. М.: Наука, 1986.

³ *Shafer G.A.* Mathematical Theory of Evidence. Prienceton: Prienceton Univ. Press, 1976; Жаке-Лагрес Э. Применение размытых отношений при оценке предпочтительности распределенных величин // Статистические модели и многокритериальные задачи принятия решений. М.: Статистика, 1979. С. 168–183; Ранжирование распределенных величин на основе нечетких квазисерий / Макеев С.П., Серов Г.П., Чуйкин С.И. и др. М.: ВЦ АН СССР, 1986.

⁴ *Соболев В.М., Санжапов Б.Х.* Планирование экономического и социального развития региона (на примере Волгоградской области). Аналитический подход. Волгоград: ВЕДО, 1992.

⁵ *Санжапов Б.Х., Калина И.С.* Моделирование принятия решений при стратегическом планировании устойчивого экономико-социального развития региона // Известия Волгоградского государственного технического университета. Вып. 2 (17). Волгоград: ВолгГТУ, 2006. С. 77–79. (Сер. Концептуальное проектирование в образовании, технике и технологии).

⁶ *Соболев В.М., Санжапов Б.Х.* Экспертная оценка объектов машиностроения при обосновании технического задания на проектирование // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1993. № 3. С. 13–15.