
СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 622.156.122

РАСЧЕТ ОПТИМАЛЬНЫХ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПРОИЗВОДСТВА ГЛИЦЕРИНА

Балаев Вагиф Агарза оглы, кандидат технических наук
Кулиев Захид Агагулу оглы, кандидат технических наук
Агаев Улдуз Хейрулла оглы, кандидат технических наук
Рагимов Шафаят Рагим оглы, кандидат технических наук

Сумгаитский государственный университет
AZ5000, Азербайджан, г. Сумгаит, 43-й квартал
E-mail: shafahat_61@mail.ru, ulduz.1969@mail.ru

Метод динамического программирования пригоден для оптимизации любых сложных систем, описываемых не только дифференциальными уравнениями, но и другим математическим аппаратом, включая различные системы массового обслуживания и экономические системы, ценность динамического программирования состоит просто в другом подходе к решению задач, который даёт целый ряд преимуществ. Поэтому этот метод применен в производстве глицерина для нахождения оптимальных экономических показателей. Для подготовки задачи динамического программирования для каждого участка определяются управляемые переменные и факторы управления. Для расчета производство глицерина разделяется на два участка, и оптимальные значения их показателей определяются методом динамического программирования. В связи с этим для каждого участка определяются экономические показатели производства, и на основе динамического программирования найдены оптимальные значения экономических показателей производства. В рассматриваемой задаче управляемой переменной является подача сырья, а факторами управления – коэффициенты интенсивности. Эти параметры изменяются в определённых пределах. Выход продукта по плану и управляющие воздействия можно получить из набора различных значений параметров. Для решения задачи методом динамического программирования необходимо начать с последнего этапа, т.е. со 2-го участка.

Ключевые слова: *техничко-экономические показатели, глицерин, коэффициент интенсивности, производственные затраты, динамические программирования, оптимальные значения.*

CALCULATION OF OPTIMAL ECONOMIC INDICATORS OF GLYCEROL PRODUCTION

Balayev Vagif A., Ph.D. (Engineering)
Kuliyev Zahid A., Ph.D. (Engineering)
Agayev Ulduz Kh., Ph.D. (Engineering)
Rahimov Shafahat R., Ph.D. (Engineering)

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Sungait State University
43 quarter, Sumgait, AZ5000, Azerbaijan
E-mail: ulduz.1969@mail.ru, shafahat_61@mail.ru

The method of dynamic programming is suitable for optimization of any complex systems described by not only differential equations but other mathematical apparatus, including various queuing systems and economic systems, the value of dynamic programming is simply another approach to solving problems, which gives a number of advantages. Therefore, this method is applied to glycerol production in order to find the optimal economic indicators. The controlled variables and control factors are determined to prepare for the dynamic programming problem for each site. Glycerol production is separated into two sections for calculation and the optimal values of their parameters are determined by the method of dynamic programming. In this regard, for each site economic indicators of production are determined and on the basis of dynamic programming the optimal values of economic indicators of production are found. In the present problem the controlled variable is raw material feed and control factors are intensity factors. These parameters vary within certain limits. The product yield according to the plan and control actions can be got from a set of different values of parameters. To solve the problem with the method of dynamic programming it is necessary to start with the last stage, i.e. from the 2nd site.

Keywords: *Technical and economic indicators, Glycerol, Intensity factor, Production costs, Dynamic programming, Optimal values.*

Для расчета оптимальных экономических показателей производства глицерина предлагается разделить процесс получения глицерина на два участка. Требуется определить оптимальные значения их показателей методом динамического программирования. Для его расчета предоставляются производительность участка подачи сырья, коэффициент интенсивности затраты на производство при условии выполнения плана по готовому продукту 3,5 т/ч. В состав производства входят два участка: участок 1 и участок 2. Производительность каждого участка представляет собой произведение подачи сырья на коэффициент выходного целевого продукта. В качестве критерия оптимальности приняты минимальные затраты на производство. Связи между участками производства технологически выполняются следующим образом (рис.).

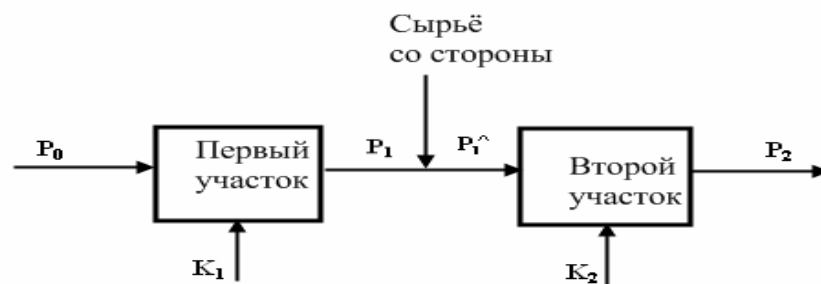


Рис. Связи между участками производства

Обозначим подачу сырья на первый участок – P_0 , коэффициент интенсивности – K_1 , количество целевого продукта 1-го участка – P_1 , коэффициент интенсивности степени превращения сырья 2-го участка – K_2 , количество готового продукта, вырабатываемого 2-м участком – P_2 .

Количество сырья, поступающего со стороны на 2-й участок находится в процентном соотношении 80:20. В соответствии с этим подачу сырья на 2-й участок обозначим P_1^{\wedge} , причем между производительностью 1-го участка и подачей сырья на 2-й имеет место такая зависимость:

$$P_1 = 0,8P_1^{\wedge} \text{ или } P_2^{\wedge} = \frac{P_1}{0,8}.$$

Затраты, производимые на 1-м участке, будут W_1 , а на 2-м участке соответственно W_2 , общие затраты на все производство

$$W = W_1 + W_2 = \sum_{i=1}^2 W_i.$$

Производительность каждого участка представляет собой произведение подачи сырья на коэффициент выхода целевого продукта. Таким образом, в соответствии с принятыми обозначениями можно составить уравнения производительности для 1-го и 2-го участка:

$$P_0 K_1 = P_1 ; P_1 = 0,8 P_1^{\wedge} ; P_1^{\wedge} K_2 = P_2$$

Для подготовки задачи динамического программирования для каждого участка определяются управляемые переменные и факторы управления.

В рассматриваемой задаче управляемыми переменными будут: подача сырья P_0 и P_1^{\wedge} , а факторами управления будут коэффициенты интенсивности K_1 и K_2 .

Согласно технологическому регламенту производственного процесса, подача сырья на 1-ый участок изменяется в пределах $P_0 = (6,20 \div 7,20)$ т/час, коэффициент интенсивности $K_1 = 0,60 - 0,82$.

На основании статистических данных получается нелинейное уравнение $W_1 = f(P_0 K_1)$ следующим образом:

$$W_1 = 63,047 - 127,8492P_0 - 421,001K_1 + 17,7355P_0^2 + 963,6348K_1^2 - 149,6113P_0K_1.$$

Подача сырья на 2-ой участок изменяется в пределах $P_1^{\wedge} = (6,3 \div 7,5)$ т/час, коэффициент интенсивности $K_2 = 0,47 \div 0,56$.

Затраты на производство определяются на основании следующей зависимости:

$$W_2 = 134,5633 - 5,815168P_1^{\wedge} + 673,0922K_2 + 0,3059063(P_1^{\wedge})^2 - 730,0839K_2^2 - 14,71271P_1^{\wedge}K_2.$$

Для решения задачи с помощью динамического программирования необходимо начать с последнего этапа, т.е. со 2-го участка.

Для второго этапа, согласно условиям задачи, производительность по плану составляет $P_2 = 3,5$ т/ч.

Выход продукта по плану и управляющее воздействие можно получить из набора различных значений P_1^{\wedge} и K_2 .

Примем интервал изменения подачи P_1^{\wedge} равным 0,2 т/час. Таким образом, при производительности 3,5 т/ч., получим в заданных пределах следующие наборы (табл. 1).

**СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ,
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ**

Таблица 1

Подача сырья и коэффициент интенсивности второго участка

| Номера набора | Подача сырья на второй участок т/ч., P_1^{\wedge} | Коэффициент интенсивности второго участка, K_2 | Производительность второго участка, м/ч., P_2 |
|---------------|-----------------------------------------------------|--------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| 6 | 6,5 | 0,54 | 3,5 |
| 5 | 6,7 | 0,52 | 3,5 |
| 4 | 6,9 | 0,51 | 3,5 |
| 3 | 7,1 | 0,49 | 3,5 |
| 2 | 7,3 | 0,48 | 3,5 |
| 1 | 7,5 | 0,47 | 3,5 |

Для каждого набора P_1^{\wedge} и K_2 рассчитываем производственные затраты, подставив соответствующие значения в формулу затрат W_2 . Получим следующие значения (табл. 2).

Таблица 2

Производственные затраты 2-го участка

| № набора | Производственные затраты 2-го участка, руб. W_2 |
|----------|---------------------------------------------------|
| 6 | 41,98 |
| 5 | 42,40 |
| 4 | 45,03 |
| 3 | 46,59 |
| 2 | 47,23 |
| 1 | 48,52 |

В таблице среди наборов самые наименьшие затраты, интересующие нас, принимаются по 6-му набору. Здесь $P_1^{\wedge} = 6,5$ т/ч и фактор управления характеризуется коэффициентом интенсивности $K_2=0,54$.

Выход готовой продукции должен быть 3,5 т/ч. Для полученных всех наборов параметры P_1^{\wedge} , K_2 , и W_2 условно называются оптимальными значениями.

Перейдем к следующему этапу. Согласно условию, для этого этапа область изменения P_1 и K_1 будут $P_0=(6,21 \div 7,15)$ т/час, а $K_1=0,65 \div 0,69$. Тогда по выходу первого этапа и значениям сырья подаваемого со стороны, рассчитаем значения P_1 .

$$\begin{array}{l}
 P_1^{\wedge} \quad P_1 \\
 5,5 \times 0,8 = 4,40 \\
 5,7 \times 0,8 = 4,56 \\
 5,9 \times 0,8 = 4,72 \\
 6,1 \times 0,8 = 4,88 \\
 6,3 \times 0,8 = 5,04 \\
 6,5 \times 0,8 = 5,20
 \end{array}$$

Принимая во внимание область изменения параметров K_1 и P_0 , составим таблицу по каждому значению производительности P_1 и определим для каждого набора производственные затраты.

Производственные затраты 1-го участка

| № наборов значений | Производительность участка т/час, P_1 | Подача сырья на 1-й участок, т/час P_0 | Коэффициент интенсивности 1-го участка K_1 | Производственные затраты 1-го участка, руб. W_1 |
|--------------------|-----------------------------------------|------------------------------------------|----------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| 1 | 4,40 | 6,21 | 0,65 | 75,90 |
| | | 6,30 | 0,64 | 80,83 |
| | | 6,41 | 0,62 | 102,60 |
| 2 | 4,56 | 6,30 | 0,70 | 73,80 |
| | | 6,41 | 0,69 | 81,76 |
| | | 6,52 | 0,62 | 101,70 |
| 3 | 4,72 | 6,52 | 0,69 | 72,46 |
| | | 6,63 | 0,74 | 84,52 |
| | | 6,74 | 0,62 | 99,05 |
| 4 | 4,88 | 6,63 | 0,69 | 70,23 |
| | | 6,74 | 0,62 | 84,03 |
| | | 6,85 | 0,70 | 98,05 |
| 5 | 5,04 | 6,85 | 0,69 | 73,22 |
| | | 7,05 | 0,71 | 82,31 |
| | | 7,15 | 0,69 | 99,34 |
| 6 | 5,20 | 6,85 | 0,62 | 69,42 |
| | | 7,05 | 0,82 | 73,27 |
| | | 7,5 | 0,69 | 100,58 |

Из таблицы найдем наименьшее значение W_1 всех наборов. Таким наименьшим значением является $W_1=69,42$ руб., что соответствует производительности 1-го участка – 5,20 т/ч при подаче сырья $P_0=6,85$ т/ч и коэффициенте интенсивности – 0,62.

Выбранные технико-экономические показатели представляют собой значение оптимума, установленные отдельно для первого этапа. А общий оптимум, т.е. минимум затрат в целом, рассчитывается: $W = W_1 + W_2$.

Таким образом, принимая во внимание все значения $P_0, P_1, P_1^{\wedge}, K_1, K_2$, составим следующую таблицу.

Значения оптимумов $P_0, P_1, P_1^{\wedge}, K_1, K_2$ по минимальной стоимости можно определить на основе табл. 4.

**СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ,
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ**

Таблица 4

Определение оптимальных значений параметров

| Подача сырья 2-й участок, м/ч., P_1^{\wedge} | 6,5 | 6,7 | 6,9 | 7,1 | 7,3 | 7,5 |
|------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|-----------------------------|
| Производительность 1-го участка, Подача сырья на 1-й участок, т/ч., P_0 | 4,40 | 4,56 | 4,72 | 4,88 | 5,04 | 5,20 |
| 6,21 | 41,98 + 75,90 117,88 | | | | | |
| 6,30 | 41,98 + 80,83 122,81 | 42,40 + 73,80 116,20 | | | | |
| 6,41 | 41,98 + 102,60 144,58 | 42,40 + 81,76 124,16 | | | | |
| 6,52 | | 42,40 + 101,70 144,10 | 45,03 + 72,06 117,49 | | | |
| 6,63 | | | 45,03 + 84,52 129,55 | 46,59 + 70,23 116,82 | | |
| 6,74 | | | 45,03 + 99,05 144,08 | 46,59 + 84,03 130,62 | | |
| 6,85 | | | | 46,59 + 98,05 144,64 | 47,23 + 73,22 120,45 | 48,52 + 69,42 117,94 |
| 7,05 | | | | | 47,23 + 82,31 129,54 | 48,52 + 73,27 121,79 |
| 7,15 | | | | | 47,23 + 99,34 146,57 | 48,52 + 100,58 149,10 |

Таким образом, оптимальные значения параметров будут $P_0 = 6,633$ т/ч, $P_1^{\wedge} = 7,1$ т/ч, $P_1 = 4,88$ т/ч, $K_1 = 0,74$, $K_2 = 0,49$. Сумма минимальных расходов для обоих этапов будет 116,82 руб.

Список литературы

1. Акулич И. Л. Математическое программирование в примерах и задачах / И. Л. Акулич. – Москва : Высшая школа, 1986.

2. Беллман Р. Прикладные задачи динамического программирования / Р. Беллман, С. Дрейфус. – Москва : Наука, 1965.
3. Самаров К. Л. Задачи с решениями по высшей математике и математическим методам в экономике : учеб. пос. / К. Л. Самаров, А. С. Шапкин. – Москва : Дашков и Ко, 2007.
4. Экономико-математическое моделирование: учеб. / под общ. ред. И. Н. Дрогобыцкого. – Москва : Экзамен, 2004.

References

1. Akulich I. L. Matematicheskoe programmirovaniye v primerah i zadachah [Mathematical programming in examples and tasks]. Moscow: Vysshaya shkola, 1986.
2. Bellman R., Dreyfus S. Prikladnyye zadachi dinamicheskogo programmirovaniya [Applied problems of dynamic programming]. Moscow: Nauka, 1965.
3. Samarov K. L., Shapkin A. S. Zadachi s resheniyami po vysshej matematike i matematicheskim metodam v jekonomike: ucheb. pos. [Tasks with decisions on higher mathematics and mathematical methods in economics: manual]. Moscow: Dashkov i Ko, 2007.
4. Jekonomiko-matematicheskoe modelirovaniye [Economic-mathematical modeling]: ucheb. Moscow: Jekzamen, 2004.

УДК 519.63

ИМИТАЦИОННЫЕ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОД С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДАННЫХ ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ: ВЛИЯНИЕ РЕЛЬЕФА МЕСТНОСТИ

Воронин Александр Александрович, доктор физико-математических наук
Елисеева Мария Владимировна, аспирант
Писарев Андрей Владимирович, старший преподаватель
Хоперсков Александр Валентинович, доктор физико-математических наук
Храпов Сергей Сергеевич, кандидат физико-математических наук

Волгоградский государственный университет
400062, Россия, г. Волгоград, проспект Университетский, 100
E-mail: voronin@volsu.ru, kwilks@yandex.ru, andrew_pisarev@mail.ru, khoperskov@gmail.com, xss-ip@gmail.com

Построено семейство цифровых моделей рельефа (ЦМР) северной части территории Волго-Ахтубинской поймы для изучения чувствительности численной модели, описывающей динамику поверхностных вод в период весеннего паводка. В основе цифрового рельефа местности лежат данные дистанционного зондирования Земли. В качестве базовой матрицы высот использовались спутниковые данные SRTM и ASTER. Была проведена актуализация ЦМР с помощью измерений в пойме с применением геоинформационных технологий обработки пространственных данных. ЦМР различаются масштабами изменений рельефа, включающих систематическую и хаотические составляющие. По результатам численного гидродинамического моделирования построены зависимости площадей затопления от времени для заданного гидрографа Волжской плотины ГЭС, включающего две основные фазы весеннего паводка – в интересах сельского хозяйства (сельскохозяйственная полка) и специальный пуск воды в интересах рыбного хозяйства (рыбохозяйственная полка). Помимо прямого гидродинамического моделирования предложен численно-аналитический подход, позволяющий упростить решение задач оптимизации и управления