

10. Zhang H. A note on fuzzy clustering. Paper review report / H. Zhang. – Department of Computer Science and Engineering University of Connecticut, 2005, April. – 18 p.

References

1. Antipov O. I., Neganov V. A. *Analiz i prognozirovanie povedeniya vremennykh ryadov: bifurkatsii, katastrofy, sinergetika, fraktalye i neyronnyeseti* [Analysis and forecasting of the behavior of time series: bifurcation, catastrophe, synergetics, fractals, and neural networks]. Moscow, Radiotekhnika, 2011. 350 p.
2. Ardashev A. V., Loskutov A. Y. *Prakticheskie aspekty sovremennykh metodov analiza variabelnosti serdechnogo ritma* [Practical aspects of modern methods of analysis of heart rate variability]. Moscow, ID «MEDPRAKTIKA-M», 2011. 126 p.
3. Baevskiy R. M. *Analiz variabelnosti serdechnogo ritma pri ispolzovanii razlichnykh ehlektrokardiograficheskikh sistem (metodicheskie rekomendatsii)* [Analysis of heart rate variability using different electrocardiographic systems (guidelines)]. *Vestnik aritmologii* [Herald Arhythmology], 2001, no. 24, pp. 65–87.
4. Malvina A. S., Brumshteyn Yu. M., Sklyarenko E. V., Kuzmina A. B. *Avtomatizatsiya, dispetcherizatsiya i informatizatsiya vysokotekhnologichnykh meduchrezhdenij kak sredstvo povysheniya ehffektivnosti ikh raboty* [Automation and computerization of scheduling high-tech medical facilities as a means of improving their performance]. *Prikaspiyskiy zhurnal: upravlenie i vysokie tekhnologii* [Caspian Journal: Management and High Technology], 2014, no. 1 (25), pp. 122–138.
5. Rangayan. R. M. *Analiz biomeditsinskikh signalov. Prakticheskiy podkhod* [Analysis of biomedical signals. A Practical Approach]. Moscow, Fizmatlit, 2010. 440 p.
6. Chiu S. Fuzzy Model Identification Based on Cluster Estimation. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 1994, vol. 2, no. 3, pp. 61–70.
7. Heart rate variability. Standards of Measurement, Physiological interpretation and clinical use. *Circulation*, 1996, vol. 93, pp. 1043–1065.
8. Ihlen A. F. Introduction to multifractal detrended fluctuation analysis in Matlab. *Frontiers in physiology*, 2012, vol. 3, pp. 141–150.
9. Kantelhardt J. W. et al. Multifractal detrended fluctuation analysis of non-stationary time series. *Physica A*, 2002, no. 316, pp. 87–114.
10. Zhang H. a note on fuzzy clustering. Paper review report. Department of Computer Science and Engineering University of Connecticut, 2005, April. 18 p.

УДК 330.43, 339.743.44, 519.246.85

ОПЫТ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ АППАРАТА НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ В ПРОГНОЗИРОВАНИИ ВАЛЮТНОГО КУРСА

Пилюгина Анна Валерьевна, кандидат экономических наук, доцент, Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, 105005, Российская Федерация, г. Москва, 2-ая Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: pilyuginaanna@mail.ru

Бойко Андрей Алексеевич, аспирант, Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, 105005, Российская Федерация, г. Москва, 2-ая Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: boiko_andrew@mail.ru

Показана практическая значимость прогнозирования валютного курса для всех участников валютного рынка. Приведена классификация методов прогнозирования, особое внимание уделено формализованным методам. Подробно рассмотрена методология одного из структурных методов - прогнозирования с использованием аппарата нечетких множеств. Рассмотрены подходы к оценке точности прогнозирования. Выполнено прогнозирование 15 среднемесячных значений курса доллара США к российскому рублю (с октября 2011 г. по декабрь 2012 г.). При этом использована колоколообразная функция принадлежности, нечеткая импликация Мамдани и дефаззификация методом центра тяжести для одноточечных множеств. По итогам прогнозирования средняя ошибка аппроксима-

ции составила 2,43 %. Сделан вывод, что для повышения точности прогноза дополнительно целесообразно исследовать возможности других методов фаззификации, импликации и дефаззификации.

Ключевые слова: валютный курс, прогнозирование, временной ряд, нечеткая логика, нечеткие множества, лингвистическая переменная, функция принадлежности, нечеткая импликация Мамдани, точность прогнозирования, средняя ошибка аппроксимации

EXPERIENCE WITH USING FUZZY SETS IN FORECASTING OF CURRENCY EXCHANGE RATE

Pilyugina Anna V., Ph.D. (Economics), Assistant Professor, Moscow State Technical University named after Bauman, 5 (building 1), 2-ya Baumanskaya str., Moscow, 105005, Russian Federation, e-mail: pilyuginaanna@mail.ru

Boiko Andrey A., postgraduate student, Moscow State Technical University named after Bauman, 5 (building 1), 2-ya Baumanskaya str., Moscow, 105005, Russian Federation, e-mail: boiko_andrew@mail.ru

In article is shown practical implications of currency exchange rate forecasting for all currency market participants. Classification of forecasting methods is presented. Authors paid particular attention to formalized forecasting methods. Such method using fuzzy sets is fully considered as one of structural models. Approaches to forecasting accuracy are considered. Forecast is performed by the example of fifteen monthly average exchange rate of the US dollar to the Russian Federation ruble (from October, 2011 till December, 2012). Bell-shaped membership function, Mamdani's min fuzzy implication and centre of gravity for singletons defuzzification methods are used. Described forecasting procedure resulted in Mean Absolute Percentage Error (MAPE) of 2,43 percent. To reduce MAPE, and thus, improve forecasting accuracy, additional researches of other fuzzification, implication and defuzzification methods capabilities have to be performed.

Keywords: currency exchange rate, forecasting, time series, fuzzy logic, fuzzy sets, linguistic variable, membership function, Mamdani's min fuzzy implication, forecast precision, Mean Absolute Percentage Error (MAPE)

Введение. Проблема прогнозирования на основании одномерных временных рядов встречается в различных областях человеческой деятельности, включая и финансово-экономическую. При этом качество прогнозов играет важнейшую роль в информационной поддержке принятия и реализации решений различными группами юридических и физических лиц. Прогнозы могут быть выполнены на основе различных подходов, которые имеют свои преимущества и недостатки.

Целью настоящей статьи было детальное описание методики прогнозирования и оценка ее результативности для конкретной предметной области с использованием аппарата нечетких множеств, который пока применяется сравнительно редко. В силу ограничений на объем статьи сравнение полученных результатов с тем, что дают другие методы/подходы, предполагается выполнить в другой работе.

Объектом исследования являлся фактический среднемесячный курс доллара США к российскому рублю (USD/RUB) и его прогнозы.

Классификация методов прогнозирования. Согласно работе Э.Е. Тихонова, по оценкам зарубежных и отечественных систематиков прогностики насчитывается свыше 100 методов прогнозирования [8]. Э.Е. Тихонов по степени формализации разделяет все методы прогнозирования на интуитивные и формализованные. По мнению И.А. Чучуевой, это типовая классификация [10], т.е. ее уже можно рассматривать как общепринятую.

В [11] И.А. Чучуева разделяет модели формализованных методов на статистические и структурные. Следует отметить, что в [11] структурные методы названы методами искус-

ственного интеллекта¹. Предлагаемая ниже автором классификация методов прогнозирования схематично показана на рис. 1. Она имеет, конечно, определенные функциональные недостатки, но позволяет хорошо представить место рассматриваемых далее подходов в общей совокупности методов. К интуитивным методам прогнозирования относятся, в частности, методы экспертного оценивания – в т.ч. многоэтапные (типа метода Делфи).

К структурным методам в [11] относятся экспертные системы, искусственные нейронные сети и нечеткий логический вывод. Кроме того, к структурным моделям И.А. Чучуева также относит модели на базе цепей Маркова и модели на базе классификационно-регрессионных деревьев [10].

К статистическим моделям И.А. Чучуева относит регрессионные модели, модели экспоненциального сглаживания и авторегрессионные модели. При этом регрессионные модели и модели экспоненциального сглаживания являются параметрическими, а авторегрессионные модели – непараметрическими.

Следует отметить, что, в соответствии с [10] формализованные методы предусматривают использование *моделей* прогнозирования. Поэтому в названии формализованных методов обязательно используется слово «модель». Таким образом, модели на базе нечеткого логического вывода можно считать одной из структурных моделей, реализующих формализованные методы прогнозирования.

Точность прогнозирования. Оценка точности прогнозирования осуществляется с помощью анализа абсолютной ошибки прогноза (1) [6, 9]:

$$\Delta^* = \left| y_t - \hat{y}_t^* \right|, \quad (1)$$

где Δ^* - абсолютная ошибка прогноза; y_t - фактическое значение признака; \hat{y}_t^* - прогнозное значение признака. С использованием абсолютной ошибки прогноза может быть определена *относительная ошибка прогноза* - как отношение абсолютной ошибки прогноза к фактическому значению признака (2):

$$d_{\text{отн.}}^* = \Delta^* / y_t = 100\% \left(\left| y_t - \hat{y}_t^* \right| / y_t \right). \quad (2)$$

Абсолютная и относительная ошибки прогноза характеризуют точность единичного прогноза. Для оценки точности прогнозной модели в целом используют *среднюю ошибку аппроксимации* (3):

$$\bar{\varepsilon}^* = 100\% (1/n) \sum_{t=1}^n \left(\left| y_t - \hat{y}_t^* \right| / y_t \right), \quad (3)$$

где $\bar{\varepsilon}^*$ – средняя ошибка аппроксимации; n – длина прогнозируемого временного ряда. Далее в качестве характеристики точности прогноза будем использовать именно среднюю ошибку аппроксимации.

¹ The research approaches of short-term load forecasting can be mainly divided into two categories: statistical methods and artificial intelligence methods [11, p. 9].

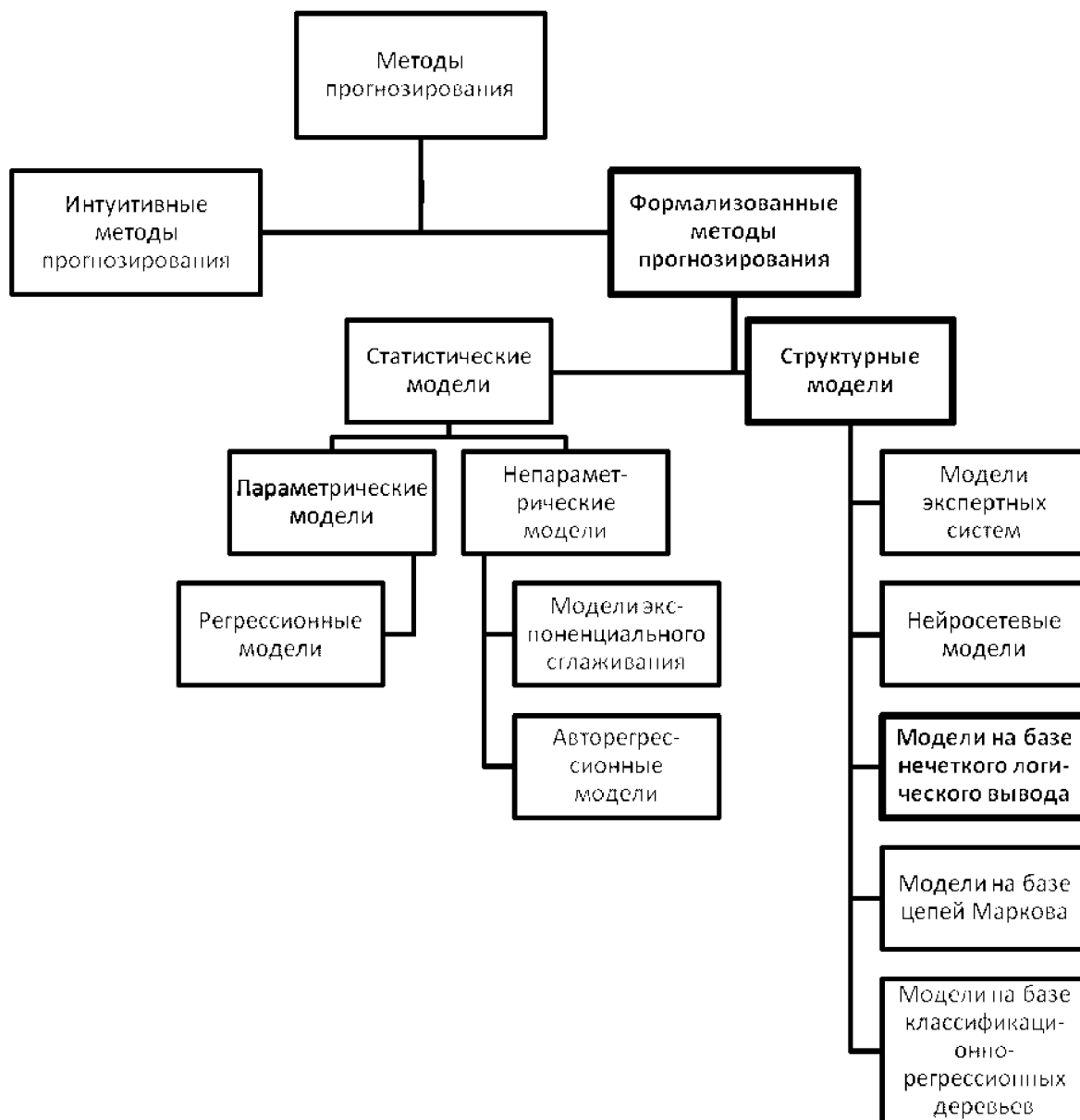


Рис. 1. Классификация методов прогнозирования

Количественное значение средней ошибки аппроксимации допускает качественную интерпретацию в соответствии с табл. 1 из [6].

Таблица 1

Интерпретация оценки точности прогноза на основе средней ошибки аппроксимации

$\bar{\varepsilon}^*$ (%)	Интерпретация точности
<10	Высокая
10-20	Хорошая
20-50	Удовлетворительная
>50	Не удовлетворительная

По мнению автора данной статьи, в большинстве случаев решение о возможности практического использования прогнозной модели может быть принято при значении средней ошибки аппроксимации менее 10 %.

Следует отметить, что помимо средней ошибки аппроксимации часто используют среднеквадратичную ошибку. Однако, поскольку в настоящей статье не рассматриваются методы прогнозирования, основанные на методе наименьших квадратов (например, прогнозирование с использованием регрессионных моделей), было принято решение об использовании средней ошибки аппроксимации - в силу меньшей сложности вычислений и лучшей интерпретируемости данного показателя.

Кроме того, возможно определение максимальных отличий «в минус» и «в плюс» прогнозных значений по отношению к фактическим.

Характеристика использованного материала для исследований. В качестве такого материала были использованы данные о курсе рубля по отношению к доллару, устанавливаемые Центральным банком Российской Федерации за период с 11.01.2009 по 29.12.2012. Эти данные носят официальный характер, известны для всех рабочих дней недели и легко доступны через Интернет (http://www.cbr.ru/currency_base/). 2009 г. был выбран как первый посткризисный год в России после кризисного 2008 г. Отметим, что в течение 2009г наблюдались скачкообразные изменения курса доллара США, которые практически не поддаются прогнозированию формализованными методами.

По данным ежедневного курса нами вычислялся среднемесячный курс доллара США, который является производным временным рядом по отношению к моментному временному ряду ежедневного курса. Использование среднемесячного курса позволяет в значительной степени устранить влияние на результат прогнозирования «выбросов» курса в отдельные дни, вызванного случайными факторами эпизодического характера. Кроме того, временной интервал длительностью в один месяц при прогнозировании курса валют является достаточно удобным для многих участников валютного рынка, позволяет представлять результаты в наглядной графической форме. Динамика среднемесячного валютного курса USD/RUB с января 2009 года по декабрь 2012 года представлена в табл. 2 и на рис. 2.

Таблица 2

Динамика среднемесячного валютного курса USD/RUB

Год и месяц	Курс, руб.	Год и месяц	Курс, руб.	Год и месяц	Курс, руб.	Год и месяц	Курс, руб.
09-январь	32,4923	10-январь	29,8387	11-январь	29,9919	12-январь	31,2383
09-февраль	35,8144	10-февраль	30,1580	11-февраль	29,3211	12-февраль	29,8855
09-март	34,6577	10-март	29,5594	11-март	28,4637	12-март	29,3319
09-апрель	33,5833	10-апрель	29,1932	11-апрель	28,0840	12-апрель	29,4909
09-май	31,9948	10-май	30,4349	11-май	27,9343	12-май	30,8044
09-июнь	31,0580	10-июнь	31,1743	11-июнь	27,9871	12-июнь	32,8784
09-июль	31,5082	10-июль	30,6791	11-июль	27,9123	12-июль	32,5251
09-август	31,6497	10-август	30,3510	11-август	28,7465	12-август	31,9568
09-сентябрь	30,8567	10-сентябрь	30,8119	11-сентябрь	30,5717	12-сентябрь	31,5177
09-октябрь	29,4640	10-октябрь	30,3228	11-октябрь	31,3882	12-октябрь	31,1157
09-ноябрь	28,9035	10-ноябрь	30,9866	11-ноябрь	30,8230	12-ноябрь	32,2527
09-декабрь	29,9589	10-декабрь	30,8577	11-декабрь	31,4911	12-декабрь	32,1568

Примечание – Цветом выделены ячейки, содержащие аномальные значения. Результат замены аномальных значений на среднеарифметическое двух соседних уровней показан полужирным шрифтом.

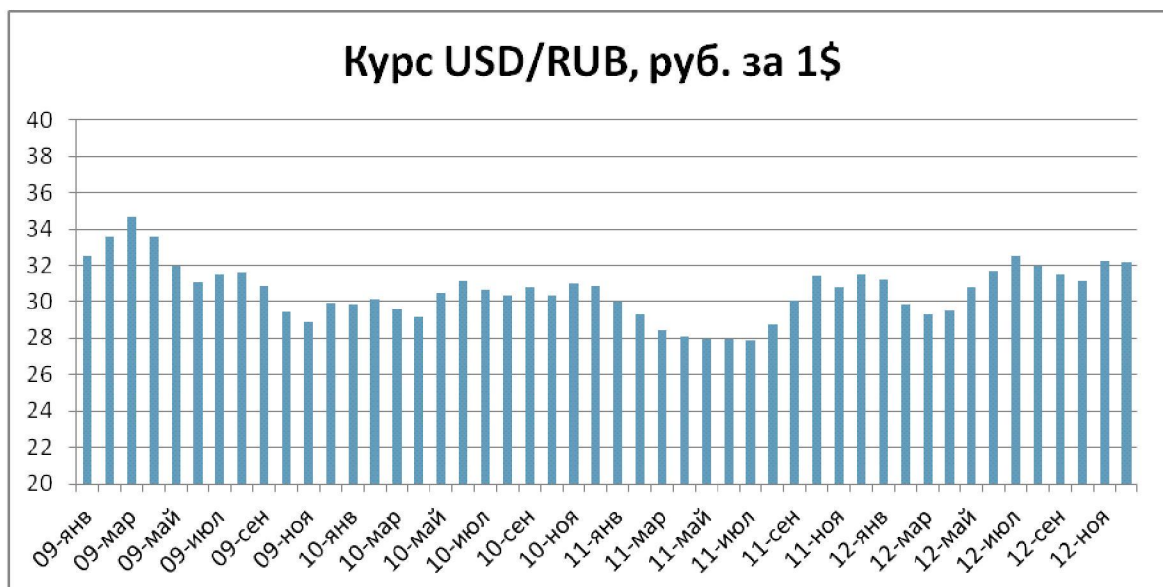


Рис. 2. Динамика среднемесячного валютного курса USD/RUB с января 2009 г. по декабрь 2012 г.

Перед осуществлением процедуры прогнозирования была выполнена проверка производного временного ряда на наличие аномальных наблюдений с помощью критерия Ирвина [9]. В соответствии с данным критерием аномальными были признаны 3 значения валютного курса: в феврале 2009 г.; в сентябре 2011 г.; в июне 2012 г. Аномальные значения были заменены на среднеарифметические двух соседних уровней [7] (табл. 2), и в дальнейших расчетах использованы результаты замены.

В соответствии с подходом из [2], для исключения постоянной составляющей величины наблюдений заменены на их разности в соседних по времени наблюдениях. Полученные разности приведены в табл. 3 и на рис. 3.

Таблица 3

Разности среднемесячного валютного курса USD/RUB с января 2009 г. по декабрь 2012 г.

Год и месяц	Разность курсов, руб.	Год и месяц	Разность курсов, руб.	Год и месяц	Разность курсов, руб.	Год и месяц	Разность курсов, руб.
09-январь	-	10-январь	-0,1202	11-январь	-0,8658	12-январь	-0,2528
09-февраль	1,0827	10-февраль	0,3193	11-февраль	-0,6708	12-февраль	-1,3528
09-март	1,0827	10-март	-0,5986	11-март	-0,8574	12-март	-0,5536
09-апрель	-1,0744	10-апрель	-0,3662	11-апрель	-0,3797	12-апрель	0,1590
09-май	-1,5885	10-май	1,2417	11-май	-0,1497	12-май	1,3135
09-июнь	-0,9368	10-июнь	0,7394	11-июнь	0,0528	12-июнь	0,8603
09-июль	0,4502	10-июль	-0,4952	11-июль	-0,0748	12-июль	0,8604
09-август	0,1415	10-август	-0,3281	11-август	0,8342	12-август	-0,5683
09-сентябрь	-0,7930	10-сентябрь	0,4609	11-сентябрь	1,3209	12-сентябрь	-0,4391
09-октябрь	-1,3927	10-октябрь	-0,4891	11-октябрь	1,3209	12-октябрь	-0,4020
09-ноябрь	-0,5605	10-ноябрь	0,6638	11-ноябрь	-0,5652	12-ноябрь	1,1370
09-декабрь	1,0554	10-декабрь	-0,1289	11-декабрь	0,6681	12-декабрь	-0,0959

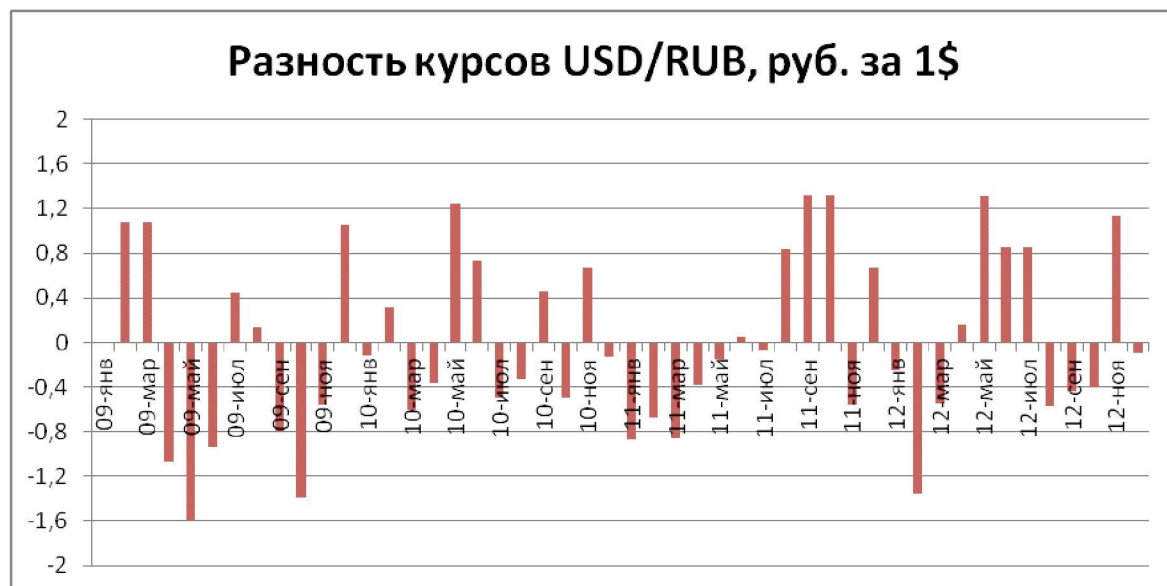


Рис. 3. Динамика разности среднемесячного валютного курса USD/RUB с января 2009 г. по декабрь 2012 г.

Исходный набор данных о разности курса USD/RUB разбиваем на две выборки: обучающую – с февраля 2009 года (поскольку информация о приращении в январе 2009 года отсутствует) по сентябрь 2011 года – 32 значения; контрольную – с октября 2011 года по декабрь 2012 года – 15 значений. Соотношение элементов данных в обучающей и контрольной выборках (2 к 1) соответствует рекомендации [6].

В качестве инструментального средства была использована «электронная таблица» Microsoft Office Excel 2010. Для расширения ее функциональных возможностей с целью автоматизации расчетов была применена программа на языке Visual Basic for Applications (VBA). Он считается стандартным языком написания сценариев (макросов) для приложений Microsoft, и в настоящее время входит в состав всех приложений MS Office, в т.ч., соответствующих версиям 2003, 2007, 2010, 2013 годов.

Как было указано выше, входными данными для прогнозирования были ежедневные значения курса доллара США по отношению к российскому рублю, выходными данными – действительные и прогнозные значения среднемесячного курса, а также значение средней ошибки аппроксимации.

Программа на VBA насчитывает 382 строки кода, из них 378 строк – процедура прогнозирования на базе нечеткого логического вывода, 4 строки – функция для вычисления значений колоколообразной (π -подобной) функции принадлежности. В программе главным образом использованы структуры циклов: фиксированный цикл «For..Next», цикл с тестированием условия детерминанта до выполнения условия цикла «Do..While», а также операторы ветвления: «If..Then..Else» и «Select Case».

Кроме того, рассматривалась возможность использования в качестве инструментального средства Fuzzy Logic Toolbox – пакета расширения MATLAB, содержащего инструменты для проектирования систем нечеткой логики. Однако в силу удобства представления данных в табличном виде окончательный выбор был сделан в пользу Microsoft Office Excel 2010.

Теоретические вопросы использования аппарата нечетких множеств для прогнозирования. Модели на базе нечеткого логического вывода могут быть использованы для

прогнозирования одномерных временных рядов. Так, в [1] нейронечеткая модель используется для краткосрочного прогнозирования потребления электроэнергии.

Нечеткое множество (fuzzy set) « A » определяется как множество упорядоченных пар или кортежей вида: $((u, \mu_A(u)))$, где « u » является элементом некоторого универсального множества или универсума « U », а $\mu_A(u)$ – функция принадлежности, которая ставит в соответствие каждому из элементов $u \in U$ некоторое действительное число из интервала $[0,1]$, т.е. данная функция определяется в виде отображения (4) [3]:

$$\mu_A(u) : U \rightarrow [0,1]. \quad (4)$$

В дальнейшем мы будем использовать обозначение конечного нечеткого множества $A = \{(u_1 / \mu_A(u_1) + (u_2 / \mu_A(u_2) + \dots + (u_n / \mu_A(u_n)))\}$. При этом косая черта служит разделителем, а знак «+» обозначает не арифметическую сумму, а теоретико-множественное объединение отдельных элементов [3].

Универсальное множество (*универсум*, или область определения задачи), обозначаемое через U , – обычное множество, содержащее в рамках контекста все возможные элементы [3]. Наиболее часто в качестве универсума U используется некоторое подмножество действительных чисел \mathfrak{R} .

Лингвистическая переменная является обобщением понятия нечеткой переменной. В свою очередь, *нечеткая переменная* определяется как кортеж (здесь кортеж понимается как упорядоченный набор из « n » элементов) (5):

$$(\alpha, u, A), \quad (5)$$

где α – наименование или название нечеткой переменной; U – область ее определения (универсум); $A = \{u, \mu_A(u)\}$ – нечеткое множество на U , описывающее возможные значения, которые может принимать нечеткая переменная α .

Лингвистическая переменная также определяется как кортеж (6):

$$(\beta, T, U), \quad (6)$$

где β – наименование или название лингвистической переменной; T – базовое термножество лингвистической переменной или множество ее значений (термов), каждое из которых представляет собой наименование отдельной нечеткой переменной α ; U – область определения (универсум) нечетких переменных, которые входят в определение лингвистической переменной β .

В соответствии с [3], основными этапами нечеткого вывода являются: 1) формирование базы правил систем нечеткого вывода; 2) фаззификация входных переменных; 3) агрегирование подусловий в нечетких правилах продукций; 4) активизация или композиция подзаключений в нечетких правилах продукций; 5) аккумуляирование заключений нечетких правил продукций.

Методика прогнозирования содержит перечисленные основные этапы [5, 4] с учетом того, что величины наблюдений заменяются на их разности в соседних наблюдениях.

Использование аппарата нечетких множеств для прогнозирования валютного курса USD/RUB с октября 2011 г. по декабрь 2012 г. С января 2008 года по сентябрь 2011 года наибольшее положительное приращение курса доллара по отношению к российскому рублю наблюдалось в сентябре 2011 года и составляло 1,3209. В мае 2009 года произошло самое значительное падение курса доллара, которое составило 1,5885.

Таким образом, областью определения (универсумом) задачи является множество $U' = [-1.5885; 1.3209]$. Для упрощения последующего разбиения области определения на интервалы универсум U' немного корректируется: $U = [-1.6; 1.4]$.

Универсум U разбивается на одинаковые интервалы, по 20 коп. каждый: $u_1 = [-1.6; -1.4)$, $u_2 = [-1.4; -1.2)$, $u_3 = [-1.2; -1.0)$ $u_{14} = [1.0; 1.2)$, $u_{15} = [1.2; 1.4]$.

Определяется лингвистическая переменная «изменение валютного курса» [2], которая характеризуется терм-множеством (табл. 4).

Таблица 4

Терм-множество лингвистической переменной «изменение валютного курса»

Название нечеткой переменной	Универсум нечеткой переменной
A_1	уменьшение от 1 руб. 40 коп. до 1 руб. 60 коп.
A_2	уменьшение от 1 руб. 20 коп. до 1 руб. 40 коп.
A_3	уменьшение от 1 руб. 00 коп. до 1 руб. 20 коп.
A_4	уменьшение от 80 коп. до 1 руб. 00 коп.
A_5	уменьшение от 60 коп. до 80 коп.
A_6	уменьшение от 40 коп. до 60 коп.
A_7	уменьшение от 20 коп. до 40 коп.
A_8	уменьшение до 20 коп.
A_9	увеличение до 20 коп.
A_{10}	увеличение от 20 коп. до 40 коп.
A_{11}	увеличение от 40 коп. до 60 коп.
A_{12}	увеличение от 60 коп. до 80 коп.
A_{13}	увеличение от 80 коп. до 1 руб. 00 коп.
A_{14}	увеличение от 1 руб. 00 коп. до 1 руб. 20 коп.
A_{15}	увеличение от 1 руб. 20 коп. до 1 руб. 40 коп.

Для 15-ти построенных выше интервалов $u_i, i = \overline{1,15}$ факт принадлежности каждого конкретного u_i к определенному множеству $A_j, j = \overline{1,15}$, выражается с помощью функции принадлежности $\mu_{A_j}(u_i)$. Используется функция принадлежности, предложенная в [5]:

$$\mu_{A_j}(u_i) = 1/(1 + c(V - u_{cp}^i)^2), \quad (7)$$

где V – изменения валютного курса из таблицы (табл. 3); u_{cp}^i – средние точки соответствующих интервалов A_1, A_2, \dots, A_{15} ; C – некоторая постоянная (в данной работе принято $C=1$).

На рис. 4 для примера показана функция принадлежности $\mu_{A_4}(u_1)$ для $u_1 = [-1.6; -1.4)$.

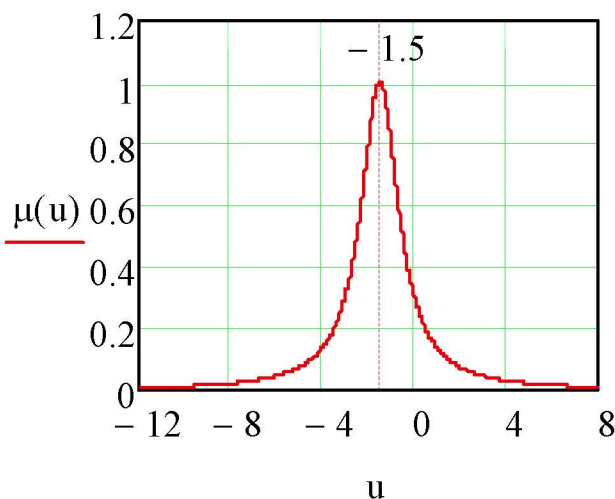


Рис. 4. Функция принадлежности $\mu_{A_1}(u_1)$ для $u_1 = [-1.6; -1.4]$

Осуществляется фаззификация приращений с использованием функции принадлежности. При этом если для месяца t приращение будет $V_t, V_t \in u_i$, то для u_i ($u_i \in U$ - интервалы универсального множества U) функция принадлежности $\mu_{A_j}(u_i)$ вычисляется по формуле (7) - с учетом того, что $V=V_t$, т.е. из универсального множества выделяется тот интервал, в который попадает рассматриваемое приращение. Результаты фаззификации для 32 рассматриваемых месяцев представлены в табл. 5.

Таблица 5

**Результаты фаззификации приращения валютного курса
с февраля 2009 г. по сентябрь 2011 г. (фрагмент)**

t	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	A_{10}	A_{11}	A_{12}	A_{13}	A_{14}	A_{15}
1	0,13	0,15	0,17	0,20	0,24	0,29	0,34	0,42	0,51	0,62	0,75	0,87	0,97	1,00	0,95
2	0,13	0,15	0,17	0,20	0,24	0,29	0,34	0,42	0,51	0,62	0,75	0,87	0,97	1,00	0,95
...
26	0,71	0,84	0,94	1,00	0,98	0,89	0,76	0,64	0,52	0,43	0,35	0,29	0,24	0,21	0,18
27	0,44	0,54	0,66	0,79	0,91	0,99	0,99	0,93	0,81	0,68	0,56	0,46	0,38	0,31	0,26
28	0,35	0,43	0,53	0,64	0,77	0,89	0,98	1,00	0,94	0,83	0,70	0,58	0,48	0,39	0,32
29	0,29	0,35	0,43	0,52	0,64	0,77	0,89	0,98	1,00	0,94	0,83	0,70	0,58	0,48	0,39
30	0,33	0,40	0,49	0,59	0,72	0,85	0,95	1,00	0,97	0,88	0,75	0,62	0,51	0,42	0,35
31	0,16	0,18	0,21	0,25	0,30	0,36	0,44	0,53	0,65	0,78	0,90	0,98	1,00	0,93	0,82
32	0,11	0,13	0,15	0,17	0,20	0,23	0,28	0,33	0,40	0,49	0,60	0,72	0,85	0,95	1,00

Затем осуществляется, фактически, совместное выполнение 1-го, 3-го, 4-го и 5-го этапов нечеткого вывода, а именно – формирование базы правил, агрегирование подусловий, активизация подзаключений и аккумуляирование заключений. Этапы выполняются в соответствии с алгоритмом, изложенным в [4, 5].

Выбирается базис w ($1 < w < l$, где l - количество месяцев, предшествующих текущему и включенных в экспериментальную оценку). Для построения прогноза вычисляется матрица нечетких отношений $R^w(t)$. С этой целью после фиксации w строится операцион-

ная матрица размерностью « $i * j$ » – обозначим ее как $O^{w-1}(t)$ (i – число строк, соответствующее числу месяцев в последовательности $t-2, t-3, \dots, t-w$; j – число столбцов, соответствующее количеству интервалов приращений валютного курса) и матрица-критерий $K(t)$ размерностью « $l * j$ » для прогнозируемого месяца t (матрица-строка, соответствующая фазсифицированному приращению валютного курса за месяц $t-1$). Для $w=7$ (т.е. с использованием данных 7-ми предыдущих месяцев) можно определить операционную матрицу размерностью « $6 * 15$ » в виде $O^6(t)$ (то есть матрицу нечеткого приращения валютного курса за месяцы $t-2, t-3, t-4, t-5, t-6, t-7$) и матрицу-критерий $K(t)$ размерностью « $1 * 15$ » для месяца $t-1$.

Так, например, для прогноза приращения валютного курса в октябре 2011 года операционная матрица $O^6(t)$ и матрица-критерий $K(t)$ будут определены следующим образом:

$$O^6(\text{октябрь } 2011\text{г.}) = \begin{bmatrix} \text{нечеткое_приращение_валютного_курса_в_марте_2011г.} \\ \text{нечеткое_приращение_валютного_курса_в_апреле_2011г.} \\ \text{нечеткое_приращение_валютного_курса_в_мае_2011г.} \\ \text{нечеткое_приращение_валютного_курса_в_июне_2011г.} \\ \text{нечеткое_приращение_валютного_курса_в_июле_2011г.} \\ \text{нечеткое_приращение_валютного_курса_в_августе_2011г.} \end{bmatrix}$$

или

$$O^6(\text{октябрь } 2011\text{г.}) = \begin{bmatrix} 0.71 & 0.84 & 0.94 & 1.00 & 0.98 & 0.89 & 0.76 & 0.64 & 0.52 & 0.43 & 0.35 & 0.29 & 0.24 & 0.21 & 0.18 \\ 0.44 & 0.54 & 0.66 & 0.79 & 0.91 & 0.99 & 0.99 & 0.93 & 0.81 & 0.68 & 0.56 & 0.46 & 0.38 & 0.31 & 0.26 \\ 0.35 & 0.43 & 0.53 & 0.64 & 0.77 & 0.89 & 0.98 & 1.00 & 0.94 & 0.83 & 0.70 & 0.58 & 0.48 & 0.39 & 0.32 \\ 0.29 & 0.35 & 0.43 & 0.52 & 0.64 & 0.77 & 0.89 & 0.98 & 1.00 & 0.94 & 0.83 & 0.70 & 0.58 & 0.48 & 0.39 \\ 0.33 & 0.40 & 0.49 & 0.59 & 0.72 & 0.85 & 0.95 & 1.00 & 0.97 & 0.88 & 0.75 & 0.62 & 0.51 & 0.42 & 0.35 \\ 0.16 & 0.18 & 0.21 & 0.25 & 0.30 & 0.36 & 0.44 & 0.53 & 0.65 & 0.78 & 0.90 & 0.98 & 1.00 & 0.93 & 0.82 \end{bmatrix}$$

$K(\text{октябрь } 2011\text{г.}) = [\text{нечеткое приращение валютного курса в сентябре } 2011\text{г.}]$

то есть

$$K(\text{октябрь } 2011\text{г.}) = [0.11 \ 0.13 \ 0.15 \ 0.17 \ 0.20 \ 0.23 \ 0.28 \ 0.33 \ 0.40 \ 0.49 \ 0.60 \ 0.72 \ 0.85 \ 0.95 \ 1.00]$$

Согласно методу из [5], следующий шаг сводится к вычислению матрицы отношений $R(t)$ (8), (9):

$$R(t)[i, j] = O^w(t)[i, j] \cap K(t)[j], \quad (8)$$

или

$$R(t)[i, j] = O^w(t)[i, j] \otimes K(t)[j] = \begin{bmatrix} R_{1,1} & R_{1,2} & \dots & R_{1,j} \\ R_{2,1} & R_{2,2} & \dots & R_{2,j} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{i,1} & R_{i,2} & \dots & R_{i,j} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Здесь $O^w(t)$ – операционная матрица; $R(t)$ – матрица нечетких отношений; \otimes – операция $(\cap)Min$. Для рассматриваемого примера имеем:

$$R (\text{октябрь } 2011 \text{ г.}) = \begin{bmatrix} 0.11 & 0.13 & 0.15 & 0.17 & 0.20 & 0.23 & 0.28 & 0.33 & 0.40 & 0.43 & 0.35 & 0.29 & 0.24 & 0.21 & 0.18 \\ 0.11 & 0.13 & 0.15 & 0.17 & 0.20 & 0.23 & 0.28 & 0.33 & 0.40 & 0.49 & 0.56 & 0.46 & 0.38 & 0.31 & 0.26 \\ 0.11 & 0.13 & 0.15 & 0.17 & 0.20 & 0.23 & 0.28 & 0.33 & 0.40 & 0.49 & 0.60 & 0.58 & 0.48 & 0.39 & 0.32 \\ 0.11 & 0.13 & 0.15 & 0.17 & 0.20 & 0.23 & 0.28 & 0.33 & 0.40 & 0.49 & 0.60 & 0.70 & 0.58 & 0.48 & 0.39 \\ 0.11 & 0.13 & 0.15 & 0.17 & 0.20 & 0.23 & 0.28 & 0.33 & 0.40 & 0.49 & 0.60 & 0.62 & 0.51 & 0.42 & 0.35 \\ 0.11 & 0.13 & 0.15 & 0.17 & 0.20 & 0.23 & 0.28 & 0.33 & 0.40 & 0.49 & 0.60 & 0.72 & 0.85 & 0.93 & 0.82 \end{bmatrix}$$

Следует отметить, что выполнение операции $(\cap) \text{Min}$ соответствует нечеткой импликации, предложенной Э. Мамдани (10) [3]:

$$T(A \supset B) = \min\{T(A), T(B)\}. \quad (10)$$

Эту форму также называют нечеткой импликацией минимума корреляции.

Далее определяется прогнозное значение для месяца t - $F(t)$, представленное в виде нечеткого множества (11):

$$F(t) = \left[\text{Max}(R_{1,1}, R_{2,1}, \dots, R_{i,1}), \text{Max}(R_{1,2}, R_{2,2}, \dots, R_{i,2}), \dots, \text{Max}(R_{1,j}, R_{2,j}, \dots, R_{i,j}) \right] \quad (11)$$

Для нашего примера $1 \leq i \leq 6$, $1 \leq j \leq 15$, окончательный результат для прогноза приращения курса доллара по отношению к российскому рублю в октябре 2011 г. будет выглядеть следующим образом:

$$F (\text{октябрь } 2011 \text{ г.}) = [0.11 \ 0.13 \ 0.15 \ 0.17 \ 0.20 \ 0.23 \ 0.28 \ 0.33 \ 0.40 \ 0.49 \ 0.60 \ 0.72 \ 0.85 \ 0.93 \ 0.82]$$

Для остальных месяцев прогнозные результаты вычисляются аналогичным образом.

Здесь также необходимо отметить, что прогнозное значение определяется в результате объединения нечетких множеств, заданных в строках 1–6 таблицы. В соответствии с приведенным в [3] определением, объединением двух множеств « A » и « B » называется некоторое третье нечеткое множество « D », заданное на том же универсуме U , функция принадлежности которого определяется по следующей формуле (12):

$$\mu_D(u) = \max\{\mu_A(u), \mu_B(u)\}, (\forall u \in U) \quad (12)$$

Таким образом, фактически прогнозирование осуществляется с использованием оператора «max-min» (« \circ »), описанного в [2].

На последнем этапе прогнозирования (так называемом этапе дефаззификации) осуществляется преобразование нечетких прогнозных значений в рациональные числа.

Для дефаззификации нами был использован метод центра тяжести для одноточечных множеств (COGS, Centre of Gravity for Singletons), описанный в [3] и реализуемый по формуле (13):

$$COGS = \left(\sum_{i=1}^n u_i \mu(u_i) \right) / \sum_{i=1}^n \mu(u_i), \quad (13)$$

где $COGS$ – результат дефаззификации; u – переменная, соответствующая выходной лингвистической переменной; $\mu(u)$ – функция принадлежности выходной лингвистической переменной; n – число одноточечных (одноэлементных) нечетких множеств.

Одноточечное множество образовано средними точками интервалов разбиения. С учетом этого обстоятельства для дефаззификации применяется следующая формула (14) [5]:

$$V(t) = \sum_{i=1}^{15} \mu_i(u_i) u_{cp}^i / \sum_{i=1}^{15} \mu_i(u_i) \quad (14)$$

где $\mu_i(u_i)$ – вычисленные значения функций принадлежности для прогнозируемого года; u_{cp}^i – средние точки интервалов.

Для рассматриваемого примера

$$V(t) = \frac{0.11(-1.5) + 0.13(-1.3) + 0.15(-1.1) + 0.17(-0.9) + 0.20(-0.7)}{0.11 + 0.13 + 0.15 + 0.17 + 0.20 + 0.23 + 0.28 + 0.33 + 0.40 + 0.49 + 0.60 + 0.72 + 0.85 + 0.93 + 0.82} +$$

$$\frac{0.23(-0.5) + 0.28(-0.3) + 0.33(-0.1) + 0.40(+0.1) + 0.49(+0.3)}{0.11 + 0.13 + 0.15 + 0.17 + 0.20 + 0.23 + 0.28 + 0.33 + 0.40 + 0.49 + 0.60 + 0.72 + 0.85 + 0.93 + 0.82} +$$

$$\frac{0.60(+0.5) + 0.72(+0.7) + 0.85(+0.9) + 0.93(+1.1) + 0.82(+1.3)}{0.11 + 0.13 + 0.15 + 0.17 + 0.20 + 0.23 + 0.28 + 0.33 + 0.40 + 0.49 + 0.60 + 0.72 + 0.85 + 0.93 + 0.82} =$$

$$= 0.1855$$

То есть ожидаемое приращение курса доллара по отношению к российскому рублю в октябре 2011 г. составляло 0,1855 руб.

После того, как получено обычное (не нечеткое) приращение для рассматриваемого месяца, оно суммируется с уже имеющимся значением обменного курса предыдущего месяца. Для того чтобы получить прогнозируемое значение курса доллара в октябре 2011 г., необходимо к курсу доллара в сентябре 2011 г. прибавить полученное расчетное значение приращения курса доллара. В сентябре 2011 г. курс доллара по отношению к российскому рублю составлял 30,0674 руб. Следовательно, прогнозное значение курса доллара в октябре 2011 г. составит:

$$30.0674 + 0.1855 = 30.2529 \text{ руб.}$$

Действительное значение курса доллара в октябре 2011 г. составило 31,3882 руб.

Оценка точности прогноза. Для оценки точности прогноза определим среднюю ошибку аппроксимации. Данные для вычисления средней ошибки аппроксимации при прогнозировании с помощью нечетких множеств представлены в табл. 6.

Максимальное отличие «в минус» прогнозных значений по отношению к фактическим составило 1,6304 руб. (в феврале 2012 г.); максимальное отличие «в плюс» прогнозных значений по отношению к фактическим составило 1,6487 руб. (в мае 2012 г.). В указанные месяцы наблюдалось резкое изменение действительного значения валютного курса в сторону увеличения (в феврале 2012 г.) или в сторону уменьшения (в мае 2012 г.), что традиционно интерпретируется как признак «экономической нестабильности».

Таблица 6

Средняя ошибка аппроксимации при прогнозировании среднемесячного валютного курса USD/RUB с октября 2011 г. по декабрь 2012 г. с помощью нечетких множеств

Наблюдение t	Действительное y_t , руб.	Предсказанное \hat{y}_t^* , руб.	Остаток $y_t - \hat{y}_t^*$, руб.	Модуль остатка $ y_t - \hat{y}_t^* $, руб.	$ y_t - \hat{y}_t^* / y_t$
34	31,3882	30,2529	1,1353	1,1353	0,0280
35	30,8230	31,8312	-1,0082	1,0082	0,0335
36	31,4911	31,2910	0,2001	0,2001	0,0288
37	31,2383	31,2525	-0,0142	0,0142	0,0170
38	29,8855	31,5159	-1,6304	1,6304	0,0392
39	29,3319	29,7052	-0,3733	0,3733	0,0008
40	29,4909	28,8012	0,6897	0,6897	0,0168
41	30,8044	29,1557	1,6487	1,6487	0,0416
42	31,6648	30,8373	0,8274	0,8274	0,0140
43	32,5251	32,0822	0,4429	0,4429	0,0156
44	31,9568	32,8766	-0,9198	0,9198	0,0289
45	31,5177	32,3116	-0,7939	0,7939	0,0031
46	31,1157	31,1759	-0,0602	0,0602	0,0040
47	32,2527	30,8381	1,4146	1,4146	0,0433
48	32,1568	31,9941	0,1627	0,1627	0,0164
$\bar{\varepsilon}^*$					2.43%

На рис. 5 представлен график действительных значений курса доллара по отношению к российскому рублю, а также прогнозных значений, полученных с помощью метода нечетких множеств.

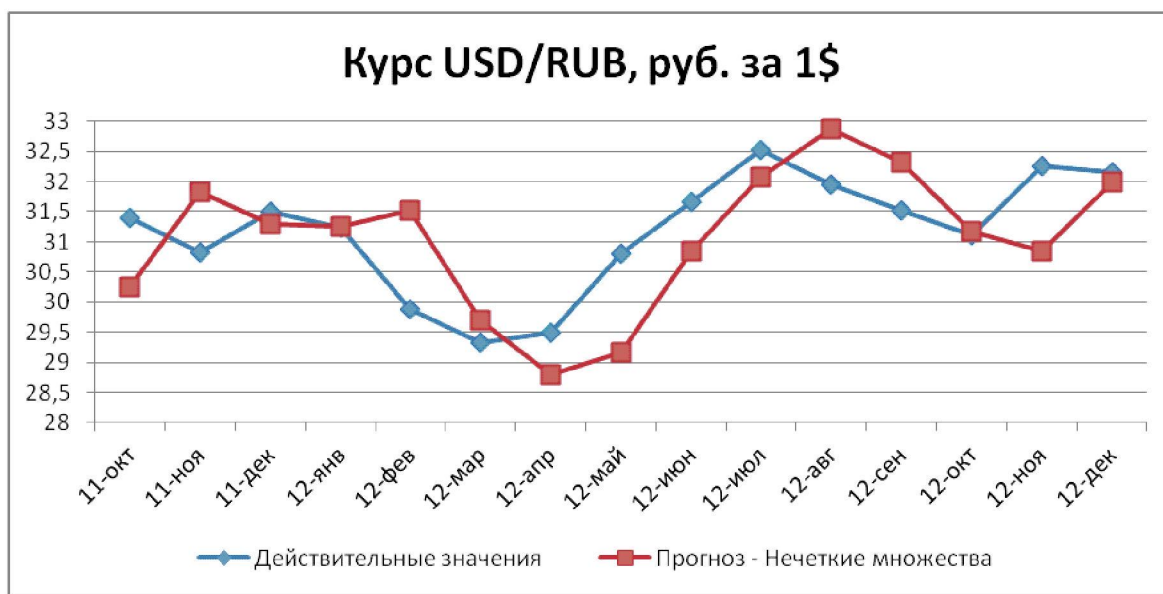


Рис. 5. Действительные и прогнозные значения курса доллара

Итак, сделаем **выводы**: 1. При использовании аппарата нечетких множеств средняя ошибка аппроксимации для рассматриваемой задачи составила 2,43 %, что можно считать достаточно хорошим результатом. 2. Для дальнейшего повышения точности целесообразно проведение исследований на том же материале с использованием других функций принадлежности, других способов прогнозирования и дефаззификации полученных результатов. 3. В последующем целесообразно также выполнить прогнозирование рассмотренного одномерного временного ряда другими методами (например, с использованием моделей экспоненциального сглаживания или авторегрессионных моделей) и сравнить точность прогнозирования этими методами с результатами, полученными в настоящей работе.

Список литературы

1. Аль-Гунаид М. А. Нейронечеткая модель краткосрочного прогнозирования потребления электроэнергии / М. А. Аль-Гунаид // Прикаспийский журнал: управление и высокие технологии. - 2013. - № 2 (22). - С. 47–56.
2. Дегтярев К. Ю. Прогнозирование валютных котировок с использованием модифицированного стационарного метода, основанного на нечетких временных рядах / К. Ю. Дегтярев. - Режим доступа: <http://www.exponenta.ru/educat/news/degyarev/paper2.pdf> (дата обращения 20.10.2013), свободный. - Загл. с экрана. - Яз. рус.
3. Леоненков А. В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH / А. В. Леоненков. - Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2005. - 736 с.
4. Мамедова М. Г. Применение нечеткой логики в демографическом прогнозе / М. Г. Мамедова, З. Г. Джабраилова // Информационные технологии. - 2004. - № 3. - С. 45–53.
5. Мамедова М. Г. Применение нечеткой логики в прогнозировании демографических аспектов рынка труда / М. Г. Мамедова, З. Г. Джабраилова // Искусственный интеллект. - 2005. - № 3. - С. 450–460.

6. Садовникова Н. А. Анализ временных рядов и прогнозирование : учеб. пос. / Н. А. Садовникова, Р. А. Шмойлова. – Москва, 2001. - 67 с.
7. Татаренко С. И. Методы и модели анализа временных рядов: метод. указания к лаб. работам / С. И. Татаренко. – Тамбов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2008. - 32 с.
8. Тихонов Э. Е. Методы прогнозирования в условиях рынка : учеб. пос. / Э. Е. Тихонов. – Невинномысск, 2006. - 221 с.
9. Христиановский В. В. Анализ временных рядов в экономике: практика применения : учеб. пос. / В. В. Христиановский, В. П. Щербина. – Донецк : ДонНУ, 2011. - 125 с.
10. Чучуева И. А. Диссертация «Модель прогнозирования временных рядов по выборке максимального правдоподобия. Глава 1. Постановка задачи и обзор моделей прогнозирования временных рядов» / И. А. Чучуева – Режим доступа: http://www.mbureau.ru/articles/dissertaciya-model-prognozirovaniya-vremennyh-ryadov-glava-1#p_1.4.1 (дата обращения 11.07.2014), свободный. – Загл. с экрана. – Яз. рус.
11. Jingfei Yang M. Sc. Power System Short-term Load Forecasting: Thesis for Ph. d. degree / Jingfei Yang M. Sc. Germany, Darmstadt, Elektrotechnik und Informationstechnik der Technischen Universitat, 2006. 139 p. – Available at: <http://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/662/1/Yangjingfei.pdf> (accessed 11.07.2014).

References

1. Al-Gunaid M. A. Neyronechetkaya model' kratkosrochnogo prognozirovaniya potrebleniya elektroenergii [Neuro-fuzzy model short-term forecasting of energy consumption]. *Prikaspiyskiy zhurnal: Upravlenie i Vysokie Tekhnologii* [Caspian Journal: Management and High Technologies], 2013, no. 2 (22), pp. 47–56.
2. Degtyaryov K. Yu. *Prognozirovaniye valyutnykh kotirovok s ispol'zovaniem modifitsirovannogo stacionarnogo metoda, osnovannogo na nechyotkikh vremennykh ryadakh* [Exchange rates quotation forecasting using modified stationary method based on fuzzy time series]. Available at: <http://www.exponenta.ru/educat/news/degtyarev/paper2.pdf> (accessed 20 October 2013).
3. Leonenkov A. V. *Nechetkoe modelirovaniye v srede MATLAB i fuzzyTECH* [Fuzzy modeling in MATLAB and fuzzyTECH]. SPb., 2005. 736 p.
4. Mamedova M. G., Dzhabrailova Z. G. Primeneniye nechyotkoy logiki v demograficheskom prognoze [Using of fuzzy logic in demographic forecasting]. *Informatsionnye tekhnologii* [Information Technology], 2004, no. 3, pp. 45–53.
5. Mamedova M. G., Dzhabrailova Z. G. Nechyotkaya logika v prognozirovaniy demograficheskikh aspektov rynka truda [Fuzzy logic in forecasting of labor market demographic aspects]. *Iskusstvennyy intellekt* [Artificial Intelligence], 2005, no. 3, pp. 450–460.
6. Sadovnikova N. A., Shmoylova R. A. *Analiz vremennykh ryadov i prognozirovaniye: uchebnoye posobie* [Time series analysis and forecasting: Educational book]. Moscow, 2001. 67 p.
7. Tatarenko S. I. *Metody i modeli analiza vremennykh ryadov: metod. ukazaniya k lab. rabotam* [Methods and models of time series analysis: Laboratory operations manual]. Tambov, 2008. 32 p.
8. Tikhonov E. E. *Metody prognozirovaniya i prinyatiya resheniy v usloviyakh rynka: uchebnoye posobie* [Market-based methods of forecasting and decision making: Educational book]. Nevinnomyssk, 2006. 221 p.
9. Khristianovskiy V. V. *Analiz vremennykh ryadov v ekonomike: praktika primeneniya: uchebnoye posobie* [Time series analysis in economics: Practical approach]. Donetsk, 2011. 125 p.
10. Chuchueva I. A. Dissertatsiya “Model prognozirovaniya vremennykh ryadov po vyborke maksimalnogo pravdopodobiya. Glava 1. Postanovka zadachi i obzor modeley prognozirovaniya vremennykh ryadov” [Ph.D. thesis in Engineering Science “Time Series Forecasting Model Using Maximum-Likelihood Data Sampling. Chapter 1. Problem Description and Time Series Forecasting Models Review”]. Available at: http://www.mbureau.ru/articles/dissertaciya-model-prognozirovaniya-vremennyh-ryadov-glava-1#p_1.4.1 (accessed 11 July 2014).
11. Jingfei Yang M. Sc. Power System Short-term Load Forecasting: Thesis for Ph. d. degree. Darmstadt, 2006. 139 p. Available at: <http://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/662/1/Yangjingfei.pdf> (accessed 11 July 2014).