$$r := \frac{1}{n} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{15} \left[(XY_{1,i} - Xc) \cdot (XY_{2,i} - Yc) \right]}{\sqrt{Dx \cdot Dy}} \qquad r = 0.896 \qquad r^2 = 0.804$$

Проверка статистических гипотез осуществлялась с помощью критерия Стьюдента с надежностью 0,95 и для числа степеней свободы k = 13, которая приведена ниже в пакете «MATHCAD»

Проверка значимости коэффициента корреляции.

$$tn := \frac{r \cdot \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$$

$$tn = 7.293$$

$$\alpha := 0.05 \qquad k := 13 \qquad \gamma := 0.95 \qquad t_{\gamma,k} = 2.16$$

Наблюдаемое значение статистики $t_n = 7{,}293$ превышает его критическое значение $t_{\gamma,k} = 2{,}16$, нулевая гипотеза H_0 отвергается и принимается альтернативная гипотеза о значимости корреляционной связи[3].

Следовательно, математическая модель, в основе которой лежат логистические уравнения, адекватно описывает процесс усвоения дисциплины студентами.

---

[1] ***Зарипов Р.М., Холодов Ю.В.*** Математическая модель усвоения дисциплины в образовательном процессе // Прикаспийский журнал: управление и высокие технологии. 2008. № 1.

[2] Учебный план специальности 340100 (220501) Управление качеством. Астрахань: Издательский дом «Астраханский университет», 2005.

[3] ***Кремер Н.Ш.*** Теория вероятностей и математическая статистика. М.: ЮНИТИ, 2004. 573 с.

УДК 681.3.06

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ ПРОЦЕССЕ

Р.М. Зарипов, Ю.В. Холодов

Предложена математическая модель усвоения дисциплины на основе логистического уравнения. Модель ориентирована на асинхронную организацию учебного процесса. Модель раскрывает взаимосвязи начального уровня подготовки студента и базовых знаний, необходимых для изучения дисциплины, образовательных кредитов и влияние интеллектуальных способностей студента на скорость усвоения нового материала.

Для современного общества характерна устойчивая тенденция, направленная на формирование единого образовательного пространства среди европейских государств. В связи с этим системы высшего образования должны стать максимально открытыми, сопоставимыми друг с другом, что достигается посредством распространения однотипных образовательных циклов (бакалавриат – магистратура), внедрения единых или пересчитываемых систем образовательных кредитов (зачетных единиц), однотипных форм контроля полученных квалификаций, взаимного признания академических квалификаций, а также развитых структур обеспечения качества подготовки специалистов.

Возвращаясь к системе зачетных единиц, отметим, что она, в первую очередь, является необходимым фундаментом для реализации принципа индивидуально-ориентированного обучения студента (один из важнейших принципов Болонского процесса), которая, по сути, предусматривает освобождение студента от необходимости иметь общие семестровый учебный план и расписание с другими студентами. При индивидуально-ориентированной организации учебного процесса (или асинхронной организации) студент самостоятельно планирует свою учебную работу. Учебное заведение со своей стороны лишь формирует общее расписание занятий по всем учебным дисциплинам, чтобы студент самостоятельно принимал решение о том, когда, какие занятия и каких преподавателей посещать и в каком порядке, в рамках установленных ограничений, изучать дисциплины основного учебного плана.

Другим важнейшим инструментом проектирования образовательного процесса, с точки зрения оценки его качества, в рамках Болонского процесса являются «компетенции». Они позволяют обеспечивать сопоставимость и совместимость программ подготовки, поддерживать прозрачность, и, что является самым главным, переходить от ориентации на «входные» показатели (учебный план, стандарты, нагрузка) к ориентации на результат, содействовать дальнейшему трудоустройству.

Перечисленные выше основные положения Болонского процесса ставят новые задачи по совершенствованию механизмов внутренней инженерии и проектирования учебной деятельности в системе показателей, принципиально новых, но все-таки вполне измеряемых.

Одним из очевидных путей такого совершенствования может стать разработка математических моделей, призванных обеспечить прогнозирование и планирование образовательного процесса в новой системе показателей, связанной с показателями исторически сложившейся в России системы высшего профессионального образования.

Необходимость использования математических моделей диктуется двумя условиями: условием обеспечения качества образования и условием его организации как бизнес-процесса.

Наиболее широко используемым способом является представление учебного материала в виде семантической сети. Однако семантические модели усложняются необходимостью привлечения экспертов к процессу определения весовых характеристик параметров модели. Информация, полученная таким образом, будет обладать неопределенностью из-за субъективизма мнений экспертов. Помимо этого, существуют другие параметры учебного процесса, которые влияют на качество образовательного процесса (начальный уровень подготовки студентов, несомненно, будет влиять на продолжительность учебного процесса, индивидуальные способности студента – на компетенции выпускника, служба академических консультантов в соответствии с предпочтениями студента – на выбор дисциплин вариативной части образовательных модулей и ряд др.).

Таким образом, возникает задача создания математических моделей двухуровневой системы профессионального образования – бакалавриата и магистратуры, которые должны в своей основе опираться на модель изучения и усвоения дисциплины образовательной программы. Тогда образовательная программа, состоящая из модулей, имеющих определенную логическую завершенность, строится как композиция математических моделей дисциплин, связывающих меры трудоемкости как базовых, так и вариативных дисциплин и результаты обучения – усвоенные знания, умения и освоенные компетенции. Данная задача не нашла отражения в существующих математических моделях двухуровневой системы профессионального образования. Кроме того, представленные модели не предлагают прогностических вариантов при планировании асинхронной организации учебного процесса на основании предыдущих результатов обучения и индивидуальных способностей студента. Наличие комплекса выделенных проблем обусловило выбор темы исследования.

В настоящее время ключевым звеном, определяющим эффективность исследований, являются математические модели. Особо плодотворными оказались синергетические подходы при моделировании живых систем и социально-экономических явлений[1]. Логистические уравнения, являясь базовыми моделями синергетики, описывают эволюцию и динамику развития для широкого класса явлений, включая как популяционную динамику, так и сложные процессы развития человеческого общества[2]. Особый интерес для моделирования процесса изучения и усвоения дисциплины представляет логистическое уравнение, которое в нормированном виде имеет следующую форму:

$$\frac{dx}{dt} = \alpha \cdot x(1-x), \tag{1}$$

где dx/dt – скорость усвоения студентом новых знаний, α – коэффициент, характеризующий индивидуальные способности студента. Скорость усвоения материала дисциплины пропорциональна объему знаний студента – x, что отражает второй сомножитель правой части уравнения (1), третий сомножитель характеризует равномерность изучения новой дисциплины. Нормированное решение уравнения (1) описывается логистичекой функцией

$$x(t) = \frac{1}{1+e^{-\alpha(t-t_0)}} \tag{2}$$

вид которой представлен на рис. 1.

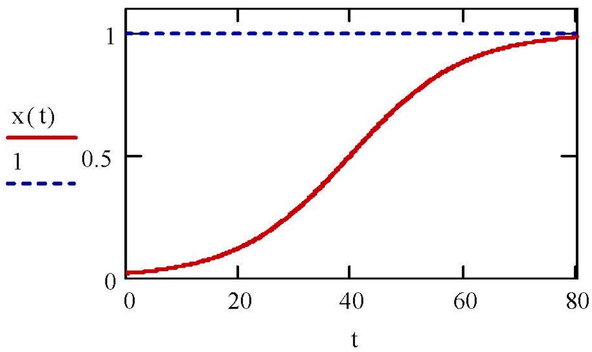

Рис. 1. Логистическая кривая, отвечающая уравнению (1)

Необходимо отметить, что если нормированная логистическая функция x(t) определяет динамику усвоения дисциплины, то с другой стороны ее можно характеризовать как функцию распределения вероятности усвоения дисциплины в зависимости от затраченного студентом времени на изучение дисциплины. Предположим, что 4 студента, имеющие одинаковые индивидуальные способности, изучают предложенную дисциплину. Время, отведенное на изучение дисциплины, составляет 80 учебных часов, пусть дисциплина содержит 10 новых разделов, знание которых преподаватель должен проконтролировать во время экзамена. С этой целью преподаватель задает каждому из студентов по 10 вопросов, соответствующих изученным новым разделам дисциплины. Студент, претендующий на удовлетворительную оценку, должен правильно ответить не менее чем на 6 вопросов и допустить не более 4 неправильных ответов. Тогда вероятность допустить ошибку должна быть не более $q_3 \le 0{,}4$, а вероятность изученности дисциплины $p_3 \ge 0{,}6$. Если студент допустил более 4 неправильных ответов, то он получает неудовлетворительную оценку.

При этом, как следует из рис. 2, студент трудился менее 55 % времени, отведенного на изучение дисциплины (проекция пересечения p_3 и логистической функции на временную ось). Студент, отвечающий на хорошую оценку, может допустить на экзамене не более 2 неправильных ответов $q_4 \le 0{,}2$, тогда вероятность изученности дисциплины должна превышать величину $p_4 \geq 0{,}8$, и студент должен затратить на изучение дисциплины более 68 % времени. Таким образом, студенты, затратившие на изучение дисциплины менее 68 % отведенного времени, могут претендовать в среднем на удовлетворительную оценку.

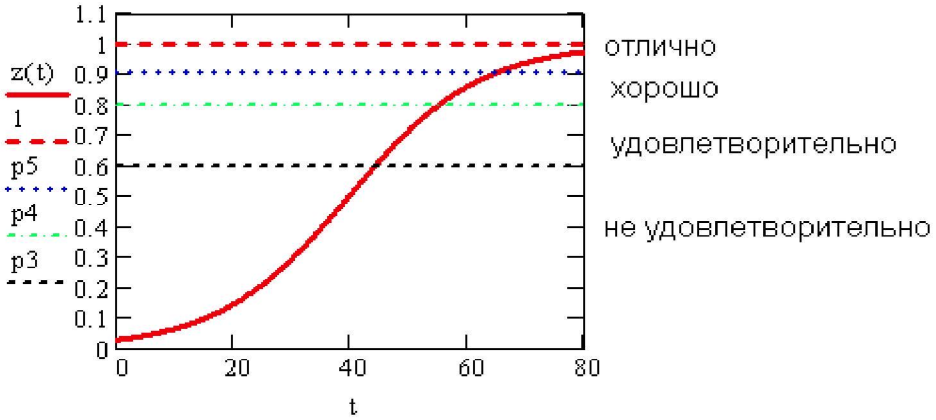

Рис. 2. Связь балльной оценки знаний с относительным объемом усвоенных знаний

Студент, отвечающий на отличную оценку, должен ответить на все 10 вопросов, т.е. в среднем он может ошибаться при ответе на 11 вопрос или более вопросов, в этом случае вероятность неправильного ответа не должна превышать величину $q_5 \leq 1/11$, а вероятность изученности дисциплины превышает $p_5 \geq 0{,}909$. При этом студенты должен затратить на ее изучение не менее 79 % времени. Следовательно, студенты, затратившие на изучение дисциплины менее 79 % времени, не могут в среднем претендовать на оценку выше хорошей. На отличную оценку могут претендовать лишь студенты, затратившие на изучение дисциплины более 79 % времени.

Из приведенного выше анализа видно, что логистическое уравнение позволяет связать трудозатраты студента и ожидаемую оценку на экзамене по изучаемой дисциплине, как в балльной шкале (отлично, хорошо, удовлетворительно и неудовлетворительно), так и в шкале статистических оценок, или рейтинговой шкале, от которых можно перейти к оценке полученных компетенций по циклам образовательной программы.

Для этого в базовое модельное уравнение (1) должны быть введены зависимости, во-первых, характеризующие базовый уровень знаний s, начиная с которого возможно освоение предлагаемой дисциплины, и, во-вторых, начальный уровень знаний студента x_0. Если начальный уровень знаний студента x_0 превышает базовый $x_0 > s$, то студент в состоянии освоить объем новых знаний – w, определенных Государственным образовательным стандартом, следовательно, производная dx/dt – скорость усвоения студентом новых знаний должна быть положительной. В другом случае, когда начальный уровень знаний студента ниже базового $x_0 < s$, студент не в состоянии усвоить новый понятийный аппарат дисциплины, и производная, характеризующая скорость усвоения знаний, должна быть отрицательной.

В целом, этот процесс должен иметь логистический характер, и его можно описать следующим дифференциальным уравнением

$$\frac{dx}{dt} = K \cdot \alpha \cdot x(x-s)(w-x) \tag{3}$$

где dx/dt – скорость усвоения студентом новых знаний, α – коэффициент, характеризующий индивидуальные способности студента, s – базовый уровень знаний, необходимый студенту для изучения предлагаемой дисциплины, w – объем новых знаний, которые должен усвоить студент, K – коэффициент взаимного проникновения, показывающий, как образы и понятия предшествующей дисциплины проникают в образы и понятия изучаемого материала.

Прежде чем решать полученное уравнение, качественно исследуем стационарные решения уравнения (3); приравняв $dx/dt = 0$, получим следующую функцию:

$$f(x,\alpha,w,s) = K\cdot\alpha\cdot x\cdot(x-s)(w-x) = 0\,, \qquad (4)$$

которая имеет три стационарных решения $\bar{x}_1 = 0$; $\bar{x}_2 = s$; $\bar{x}_3 = w$.

На рис. 3 в координатах dx/dt и x построена зависимость $f(x,\alpha,w,s)$, из которой видно, что стационарные решения $\bar{x}_1 = 0$ и $\bar{x}_3 = w$ являются устойчивыми, а решение $\bar{x}_2 = s$ неустойчиво. Если начальные знания студента превышают базовый уровень $x_0 > s$, т.е. находятся на графике рис. 3 правее уровня s, то производная положительна, и, следовательно, студент, изучая дисциплину, увеличивает свой объем знаний, асимптотически приближаясь к уровню w. В противоположном случае, когда начальные знания студента ниже базового уровня $x_0 < s$, т.е. находятся на графике рис. 3 левее уровня s, то производная отрицательна и студент не в состоянии освоить новый понятийный аппарат предлагаемой дисциплины и использовать его в своей практической деятельности.

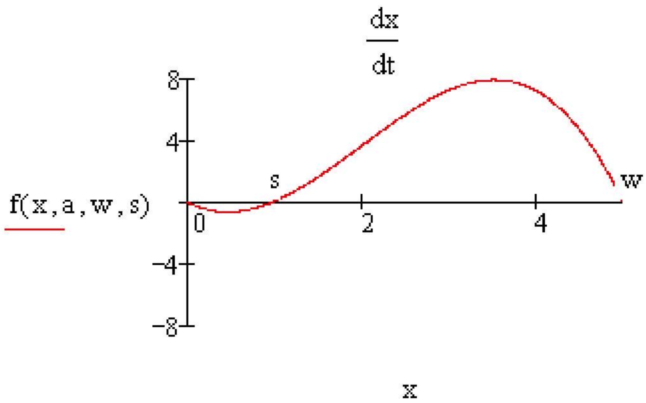

Рис. 3. Стационарные решения дифференциального уравнения (4)

Таким образом, предложенное уравнение (4) качественно правильно описывает процесс усвоения дисциплины с учетом начальных знаний. Данное дифференциальное уравнение решается аналитически. Разделив переменные, в уравнении (4) получим после интегрирования, с учетом начальных данных следующую зависимость

$$t = \frac{1}{K\cdot\alpha}\cdot\frac{1}{s\cdot w\cdot(w-x)}\ln\left(\frac{x0}{x}\right)^{w-s}\left(\frac{x-s}{x0-s}\right)^{w}\left(\frac{w-x0}{w-x}\right)^{s} \qquad (5)$$

Разрешить это уравнение относительно x несколько затруднительно, поэтому исследуем его графически в координатах: x – ось ординат и t(x) – ось абсцисс в MATHCADE.

Прежде чем аналитически исследовать полученную зависимость (5), проведем сравнительный анализ влияния коэффициента α на процесс усвоения дисциплины. В работах по типологии студентов предложена интеллектуальная шкала (IQ) со следующей градацией для IQ: низкий уровень – 31–50 условных единиц; средний уровень – 51–90 условных единиц; высокий уровень – 91–119 условных единиц. Средние значения, соответственно, равны для низкого уровня интеллекта $\langle IQ\rangle_н = 40{,}5$, для среднего уровня интеллекта $\langle IQ\rangle_с = 70{,}5$ и для высокого уровня интеллекта $\langle IQ\rangle_в = 105$ условных единиц.

Тогда отношения средних значений коэффициентов, соответственно, равны:

$$\langle\alpha\rangle_н/\langle\alpha\rangle_с = \langle IQ\rangle_н/\langle IQ\rangle_с = 0{,}571 \text{ и } \langle\alpha\rangle_в/\langle\alpha\rangle_с = \langle IQ\rangle_в/\langle IQ\rangle_с = 1{,}571 \qquad (6)$$

Естественно предположить, что если интеллектуальные способности студента выше среднего уровня, то, очевидно, следует ожидать, что данный студент освоит быстрее и лучше предложенную дисциплину. Наоборот, если интеллектуальные способности студента ниже среднего уровня, то студент медленнее и слабее будет осваивать предложенную дисциплину. Коэффициент α, по сути, характеризует производительность работы студента по освоению дисциплины. Тогда произведение коэффициента α на время t будет являться той работой, которую необходимо затратить студенту, чтобы освоить предложенную дисциплину, т.е. той величиной кредита – r, которую студент должен отработать для приобретения знаний по дисциплине

$$r = \alpha \cdot t \qquad (7)$$

С другой стороны, проектом Государственного образовательного стандарта[3] в качестве переводного множителя рекомендуется: 1 зачетная единица равна 30 часам или

$$r = t/30 \qquad (8)$$

Тогда средняя величина коэффициента α равна $\alpha_c = 1/30 = 0{,}033$ и может соответствовать среднему значению среднего уровня интеллекта $\langle IQ \rangle_c$, выраженному в условных единицах. Кроме того, если в зависимости от сферы будущей деятельности выпускника требования к его подготовке по математическим и естественнонаучным дисциплинам могут различаться, то и переводной множитель может варьироваться от 30 часов до 36 часов, что и отражает различные способности студента или его (IQ) по модулям программы. Нет никаких оснований утверждать, что средние уровни интеллекта могли бы совпадать для различных модулей, причем в процессе обучения IQ студента будет увеличиваться, и те же кредиты он будет быстрее отрабатывать на старших курсах.

Прежде чем переходить в выражении (5) к кредитам или зачетным единицам, исследуем его в учебных часах – t при средней величине коэффициента $\alpha = 0{,}033$ на примере дисциплины «Алгебра и геометрия», читаемой на I курсе в объеме 72 учебных часа по направлению подготовки 220501 «Управление качеством»[3]. С одной стороны, данный анализ позволит получить при некоторых предположениях зависимости в абсолютных единицах (учебных часах), и, с другой стороны, полученные зависимости могут быть использованы для оценки адекватности логистической модели. В уравнении (5) величины, характеризующие x_0 – начальный уровень знаний студента, s – базовый уровень знаний, необходимый для изучения дисциплины, и w – величину объема новых знаний, которые должен освоить студент через 72 учебных часа, являются пока трудно формализуемыми показателями. Однако необходимо отметить, что указанные показатели находятся под логарифмом и за счет дроби образуют безразмерные величины, поэтому можно использовать их относительные значения. Тогда с учетом данного замечания рассмотрим следующий метод оценки указанных показателей. Базой для изучения дисциплины «Алгебра и геометрия» является курс «Математики», прочитанный в средней школе. Примем объем знаний по школьному курсу «Математика» за единицу. Определим коэффициент взаимного проникновения K как отношение меры пересечения множества образов и понятий предшествующих и изучаемой дисциплин к мере множества образов и понятий новой дисциплины. Коэффициент взаимного проникновения между школьным курсом математики и университетской дисциплиной по данной специальности достаточно высок. В обеих дисциплинах присутствуют понятия вектора, скалярного и векторного произведения, образы фигур в двухмерном и трехмерном пространстве, системы линейных уравнений и правило Крамера. Естественно, в новой дисциплине вводятся новые понятия, расширяющие представления о связи алгебраических и геометрических образов, такие как ранг матрицы, совместность системы линейных уравнений и ряд др. Оценим коэффициент взаимного проникновения для данных дисциплин в интервале K = 0,4 – 0,5. Предположим, что студент, имеющий хорошие школьные знания, т.е. начальный уровень знаний $x_0 = 0{,}8$, имеет возможность изучить университетскую дисциплину за 72 учебных часа на «хорошо», т.е. освоить 80 % материала дисциплины (см. рис. 2 и комментарии к нему). Данное условие может быть записано в следующем виде:

$$x(72) = 0{,}8w$$

Кроме того, за минимальный базовый уровень примем удовлетворительную оценку s = 0,6. Подставив данное условие в выражение (5), получим показательно-степенное уравнение, которое можно решить относительно w численно или графически. Графическое решение его в среде MATHCAD показано ниже, при величине коэффициента проникновения K = 0,42:

$$R(w) = 0{,}42 \cdot 72 \cdot 0{,}033 \cdot 0{,}6 \cdot w(w - 0{,}6)$$

$$L(w) = \ln\left(\frac{0{,}8}{0{,}9w}\right)^{w-0{,}6}\left(\frac{0{,}8w - 0{,}6}{0{,}2}\right)^{w}\left(\frac{w - 0{,}8}{0{,}2w}\right)^{0{,}6}$$

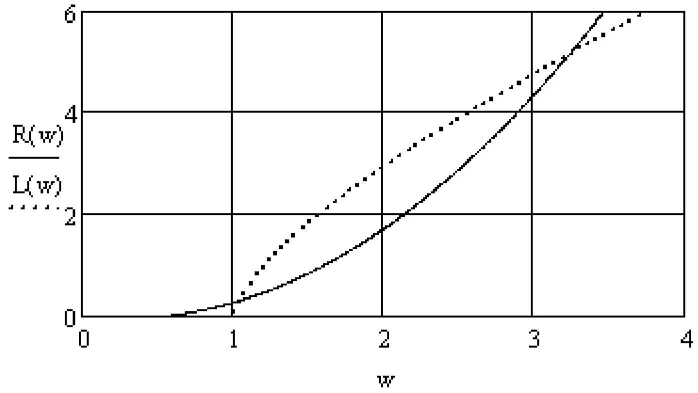

Рис. 4. Графическое решение уравнения (5)

Таким образом, студент с хорошими начальными знаниями, освоив университетскую дисциплину «Алгебра и геометрия», может решать с вероятность 0,8 задачи по алгебре и геометрии, превышающие по сложности аналогичные задачи школьного курса в 3,25 раза. Также отметим, что если для изучаемой дисциплины предшествующими являются несколько дисциплин, то базовый и начальный уровень знаний студента определяется как средневзвешенный с учетом итоговых оценок и коэффициентов взаимного проникновения каждой из предшествующих дисциплин.

Перейдем к анализу полученного выражения (5), используя графические методы. Рассмотрим влияние начального уровня знаний на величину уровня усвоенных знаний. Графики будем строить в нормированной системе координат: по оси ординат динамика усвоения дисциплины x(t) нормируется на w – величину объема новых знаний, а по оси абсцисс время изучения t нормируется на количество учебных часов, предусмотренных по учебному плану. В нормированной системе координат выражение (5) для вычисленных выше значений имеет следующий вид.

$$t = \frac{1}{K \cdot \alpha} \cdot \frac{1}{s \cdot w \cdot (w - x)} \ln\left(\frac{x0}{x}\right)^{3,25-0,6}\left(\frac{x - s}{x0 - s}\right)^{3,25}\left(\frac{w - x0}{w - x}\right)^{0,6} \qquad (9)$$

Далее проанализируем влияние уровня начальных знаний на динамику освоения дисциплины. Пусть студент имеет по школьной программе «натянутую тройку», т.е. он освоил в школе 50 % материала, начальный уровень его знаний равен x2(0) = 0,5, который ниже базового уровня s = 0,6. Динамика усвоения дисциплины студентом, имеющим начальный уровень ниже базового, представлена на рис. 5, ромбовидным пунктиром – x2(t). Из представленного графика видно, что сначала линия идет параллельно оси абсцисс, студент пытается как-то понять излагаемый материал, а по мере увеличения и усложнения материала он уже не в силах справиться с увеличивающимся объемом новой информации и уровень его не понимания начинает возрастать. Студент не освоит дисциплину курса и не выдержит экзаменационных испытаний.

Однако необходимо отметить, что данная зависимость построена для среднего уровня интеллекта, и тогда студенту имеет смысл предложить дополнительные занятия, включающие как элементы школьной программы, так и начальный материал дисциплины, дабы подтянуть его знания, как минимум, до «тройки». Пусть студент имеет начальный уровень знаний, отвечающий понятию «твердая тройка», т.е. он освоил 73 % материала школьной программы. Тогда с учетом коэффициента взаимного проникновения начальный уровень его знаний равен x3(0) = 0,73, который выше базового уровня s = 0,6. Динамика усвоения дисциплины студентом, имеющим начальный уровень знаний выше базового, так называемый на «твердую тройку», представлена на рис. 5 штрихпунктирной линией – x3(t). На рис. 5 видно, что студент освоит 60 % материала дисциплины и удовлетворительно выдержит экзаменационные испытания, здесь также представлена динамика усвоения знаний студентом с хорошим начальным уровнем подготовки x4(0) = 0,8 – сплошная линия.

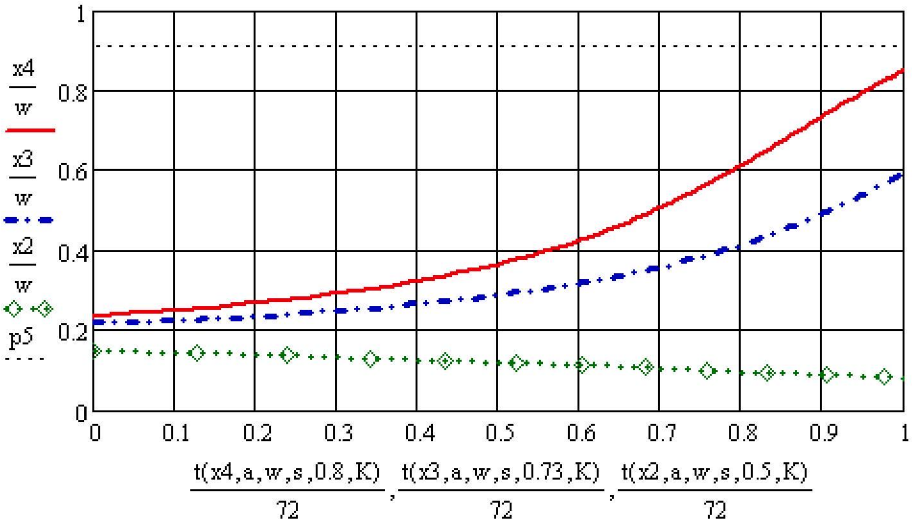

Рис. 5. Динамика усвоения дисциплины студентом, имеющим начальный уровень знаний x3(0) = 0,73, незначительно превышающий базовый, и имеющим начальный уровень знаний x2(0) = 0,5 ниже базового; x3(t) – обозначена штрихпунктирной линией, x2(t) обозначена ромбовидным пунктиром

Сравнение динамики усвоения знаний для студента с хорошей начальной подготовкой – x4(0) и удовлетворительной начальной подготовкой – x3(0) показывает, что студент с характеристикой x4(t) сразу же начинает усваивать материал дисциплины и достаточно активно может работать на лабораторных и семинарских занятиях, в то же время у студента с характеристикой x3(t) достаточно продолжительна лаг-фаза, он пассивно ведет себя практически на половине занятий и только со второй половины семестра включается в учебный процесс. Следовательно, в первой половине семестра для студентов с удовлетворительным начальным уровнем знаний должны быть организованы дополнительные занятия, иначе данный переход с характеристикой x3(t) будет повторяться от одной дисциплины к другой и вуз выпустит специалиста с удовлетворительной квалификацией.

Коснемся теперь вопроса влияния индекса интеллекта на динамику усвоения дисциплины, перейдем в выражении (9) от среднего значения коэффициента интеллектуальных способностей, используя соотношение (6), к нижнему значению коэффициенту интеллектуальных способностей $\alpha_н = \alpha \cdot 0{,}571 = 0{,}033 \cdot 0{,}571 = 0{,}02$. Подставив полученное значение в (9), построим график динамики усвоения дисциплины для студента с удовлетворительным уровнем начальных знаний и низким коэффициентом интеллектуальных способностей. Как следует из рис. 6, данному типу студентов с характеристикой x3n(t) практически невозможно освоить дисциплину за время, отведенное учебным планом, аналогичные закономерности будут иметь место и при изучении других дисциплин. Указанный тип студентов может освоить 60 % материала дисциплины только за счет увеличения времени обучения, как показано на рис. 6; время обучения должно возрасти с 72 учебных часов до 120 учебных часов (знаменатель второй дроби под осью абсцисс). Только в этом случае динамика процессов усвоения дисциплины для студента со средним уровнем IQ (ромбовидный пунктир) совпадет с усвоением знаний для студента с низким уровнем IQ (сплошная линия).

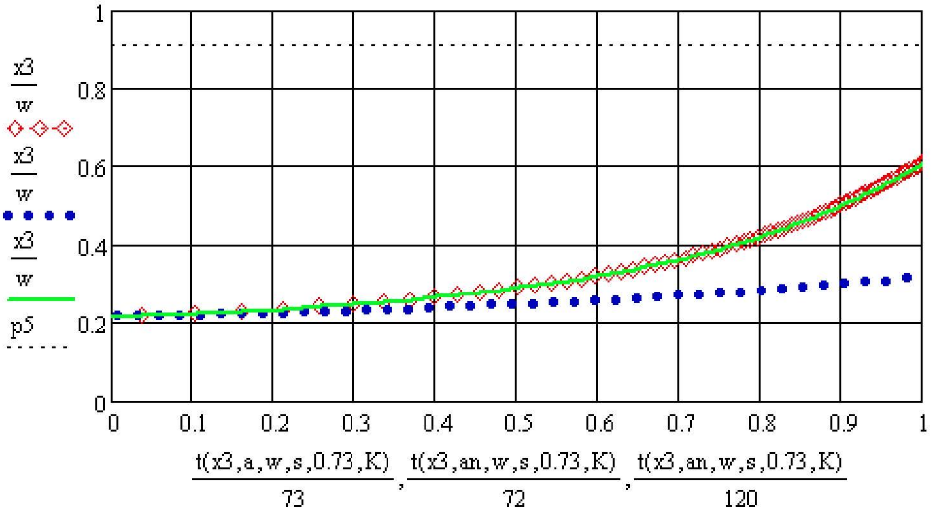

Рис. 6. Динамика усвоения дисциплины студентом, имеющим начальный уровень знаний x3n(0) = 0,73, незначительно превышающий базовый, и низкий уровень интеллектуальных способностей – $\alpha_н$; зависимость x3n(t) обозначена пунктиром

Рассмотрим далее динамику усвоения дисциплины студентом с отличными начальными знаниями и средним уровнем интеллекта. Пусть студент освоил 91 % школьного материала. Динамика усвоения знаний x5(t) студентом с отличными начальными знаниями приведена на рис. 7 (сплошная линия), из которого следует, что студент усвоит 97 % материала дисциплины и отлично выдержит экзаменационные испытания. Таким образом, проведенный анализ показывает, что в соответствии с предложенной моделью студенты, имеющие отличные начальные знания, отработав время, предусмотренное учебным планом, отлично выдержат экзаменационные испытания. Соответственно, студенты с хорошим уровнем начальной подготовки хорошо выдержат экзаменационные испытания (пунктирная линия). Студенты с удовлетворительным уровнем начальной подготовки в среднем удовлетворительно выдержат экзаменационные испытания (пунктирная кривая). При фактических знаниях ниже удовлетворительного уровня студенты не выдержат экзаменационных испытаний (см. рис. 5).

В заключение отметим, если студентами не в полном объеме отработано время на освоение дисциплины, предусмотренное учебным планом, то доля освоенного материала по дисциплине будет определяться пересечением динамических кривых с ординатой, проходящей через соответствующую нормированную величину, отвечающую за фактически отработанное время. Если студенты не отработали 10 % времени, предусмотренного учебным планом, то относительный объем усвоенного материала по дисциплине будет определяться ординатой, проходящей через точку с абсциссой 0,9. На рис. 7 показано, что 10-процентная доля пропусков уже повлияет на результаты экзаменационных испытаний: троечники будут балансировать между натянутой тройкой или неудовлетворительной оценкой, отличники еще будут претендовать на оценку «отлично». Студенты с хорошими начальными знаниями, скорее всего, получат удовлетворительные оценки. Увеличение доли пропусков до 20 % приведет к тому, что отличники выдержат экзамены на «хорошо», а троечники не выдержат экзаменационных испытаний.

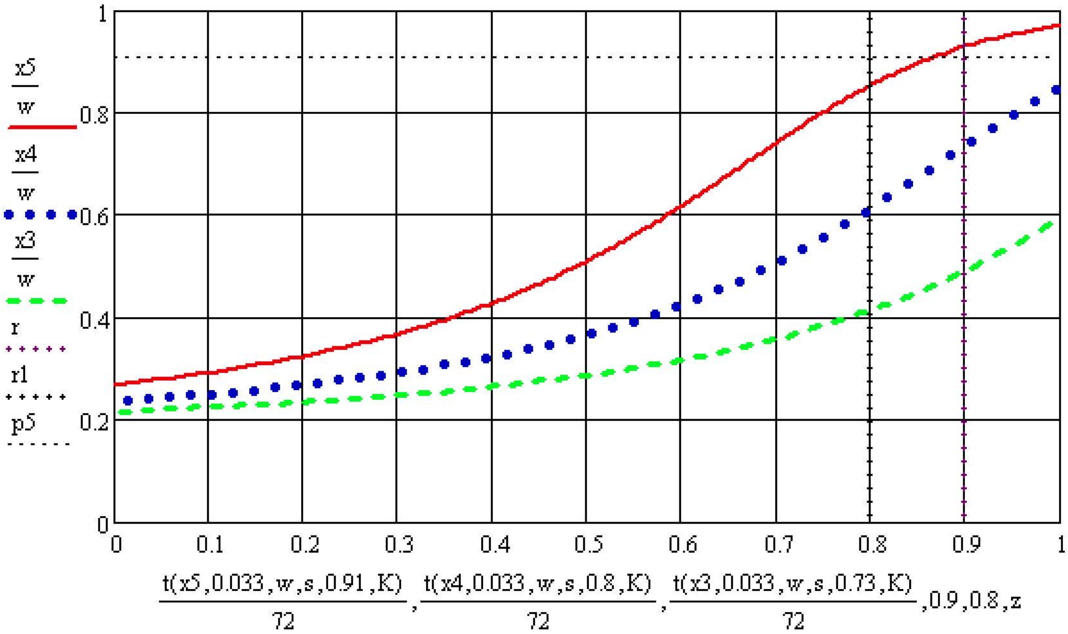

Рис. 7. Относительный объем усвоенного материала по дисциплине в зависимости от фактически отработанного времени

Таким образом, предложенная логистическая модель описывает процесс усвоения студентом изучаемой дисциплины. Модель раскрывает взаимосвязи начального уровня подготовки студента и базовых знаний, необходимых для изучения дисциплины, влияние интеллектуальных способностей студента на скорость усвоения нового материала, показывает связь кредитов, которые студент должен отработать для приобретения знаний по дисциплине, с временем, отведенным по традиционным учебным планам на изучение дисциплины, и объясняет возникающие временные вариации при переходе к кредитам из-за различных интеллектуальных способностей студента по циклам образовательной программы. Важной особенностью модели является возможность установления статистической связи между принятой балльной шкалой оценок и рейтинговой шкалой для последующего перехода к компетенциям по циклам образовательной программы, полученных студентом.

Модель ориентированна на асинхронную организацию учебного процесса и отвечает требованиям Болонского процесса[4]. Студент с учетом своих предпочтений самостоятельно планирует свою учебную работу по вариативным дисциплинам циклов. Кроме того, модель позволяет ввести кривые забывания Эббингауза, что может быть полезно для разработки моделей, описывающих уровень остаточных знаний студентов при проведении электронного тестирования.

---

[1] ***Ризниченко Г.Ю.*** Математические модели в биофизике и экологии. Москва – Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. 184 с.

[2] ***Малинецкий Г.Г.*** Математические основы синергетики. М.: КомКнига, 2005. 312 с.

[3] Учебный план специальности 340100 (220501) Управление качеством. Астрахань: Издательский дом «Астраханский университет», 2005.

[4] Болонский процесс: Поиск общности европейских систем высшего образования (Проект TUNING) / Под науч. ред. проф. В.И. Байденко. М: Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов, 2006. 211 с.