7. *Integration tests in ASP.NET Core*. Available at: https://docs.microsoft.com/en-us/aspnet/core/test/integration-tests?view=aspnetcore-3.1 (accessed 23.04.20).
8. Parygin D., Usov A., Burov S., Sadovnikova N., Ostroukhov P., Pyannikova A. Multi-agent Approach to Modeling the Dynamics of Urban Processes (on the Example of Urban Movements). *Communications in Computer and Information Science*, 2020, vol. 1135, pp. 243–257. DOI: 10.1007/978-3-030-39296-3_18.
9. *MyGeotab*. Available at: https://www.geotab.com/blog/smart-fleet-management-road-speed-information/ (accessed 10.12.20).
10. *OpenStreetMap*. Available at: https://www.openstreetmap.org/ (accessed 28.11.20).
11. *Tesla Smart Summon*. Available at: https://teslamotorsclub.com/tmc/threads/openstreetmaps-and-smart-summon.170675/ (accessed 15.12.20).
12. *What's new in .NET Core*. Available at: https://docs.microsoft.com/en-us/dotnet/core/whats-new/dotnet-core-2-1 (accessed 28.04.20).

УДК 004.832.2

К ВОПРОСУ О ПОДДЕРЖКЕ ПРОЦЕССА ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЯ ОБ УЛУЧШЕНИИ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В ИСПЫТАТЕЛЬНОЙ ЛАБОРАТОРИИ

Статья поступила в редакцию 29.10.2020, в окончательном варианте – 12.11.2020.

Аль-Бусаиди Саид Султан Саид, Тамбовский государственный технический университет, 392000, Российская Федерация, г. Тамбов, ул. Советская, 106,
аспирант, ORCID: www.orcid.org/0000-0003-3990-8123, e-mail: al-busaidi2020@hotmail.com
Воякина Юлия Николаевна, Тамбовский государственный технический университет, 392000, Российская Федерация, г. Тамбов, ул. Советская, 106,
магистрант, ORCID: www.orcid.org/0000-0003-1654-4232, e-mail: miss.voyakina2011 @yandex.ru
Пономарев Сергей Васильевич, Тамбовский государственный технический университет, 392000, Российская Федерация, г. Тамбов, ул. Советская, 106,
доктор технических наук, профессор, ORCID: www.orcid.org/0000-0003-0228-912X, e-mail: svponom@yahoo.com

Рассмотрены вопросы поддержки процесса принятия решения с применением функций принадлежности на основе нормального закона распределения Гаусса. Обсуждаются рекомендации по осуществлению процедурной модели для определения параметров функций принадлежности путем статистической обработки результатов, полученных в процессе работы экспертной группы. Приведен пример применения разработанной процедурной модели при оценке показателя «Приоритетное число возможности улучшения» (по результатам работы экспертной группы) при подготовке принятия решения по улучшению деятельности в испытательной лаборатории.

Ключевые слова: экспертные оценки, статистическая обработка, доверительный интервал, функции принадлежности: трапециевидные, треугольные, гауссова типа, определение параметров, поддержка принятия решений

TO THE QUESTION OF SUPPORTING THE DECISION-MAKING PROCESS ON PERFORMANCE IMPROVEMENT IN THE TESTING LABORATORY

The article was received by the editorial board on 29.10.2020, in the final version – 12.11.2020.

Al-Busaidi Said SultanSaid, Tambov State Technical University, 106 Sovetskaya St., Tambov, 392000, Russian Federation,
post-graduate student, ORCID: www.orcid.org/0000-0003-3990-8123, e-mail: al-busaidi2020@hotmail.com
Voyakina Yuliya N., Tambov State Technical University, 106 Sovetskaya St., Tambov, 392000, Russian Federation,
undergraduate student, ORCID: www.orcid.org/0000-0003-1654-4232, e-mail: miss.voyakina2011 @yandex.ru
Ponomarev Sergey V., Tambov State Technical University, 106 Sovetskaya St., Tambov, 392000, Russian Federation,
Doct. Sci. (Engineering), Professor, ORCID: www.orcid.org/0000-0003-0228-912X, e-mail: svponom@yahoo.com

Graphical annotation (Графическая аннотация)

1. Эксперты предоставляют оценки нечетких вербальных данных (Experts provide estimates of fuzzy verbal data) x_k , k= ЗП, ВР, ДКУ

2. Вычисляют среднеарифметические значения c_k и среднеквадратичные отклонения $СКО_k$ предоставленных экспертами оценок

Calculate the arithmetic mean values c_k and standard deviations of the RMS_k of the estimates provided by experts

3. Выявляют и исключают возможные грубые ошибки (промахи) в оценках, предоставленных экспертами

Identify and eliminate possible gross errors (blunders) in the assessments provided by experts

4. Вычисляют значения величин Δ_k, определяющих размеры доверительных интервалов (c_k - Δ_k, $c_k + \Delta_k$) при доверительной вероятности 0,95 и принимают значение $\sigma_k = \Delta_k/2$, а затем определяют значения $c_{пчву}$ и $\sigma_{пчву}$ для показателя «Приоритетное число возможности улучшения» (ПЧВУ)

Calculate the values of the Δ_k values that determine the size of the confidence intervals (c_k - Δ_k, $c_k + \Delta_k$) at a confidence level of 0.95 and take the value $\sigma_k = \Delta_k/2$, and then determine the values of $c_{пчву}$ and $\sigma_{пчву}$ for the indicator "Priority number of improvement opportunities" (PNIO)

5. Искомые функции принадлежности представляют в виде (The required membership functions are represented in the form): $\mu_k(x_k) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x_k - c_k}{\sigma_k}\right)^2\right]$, где (where) k=ЗП, ВР, ДКУ, ПЧВУ.

6. Руководителю испытательной лаборатории предоставляют графики функций принадлежности (The head of the testing laboratory is provided with graphs of the membership functions):

$\mu_k(x_k) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x_k - c_k}{\sigma_k}\right)^2\right]$, где (where) k=ЗП, ВР, ДКУ, ПЧВУ,

с использованием которых он вырабатывает и принимает управленческое решение (with the use of which he develops and makes management decisions)

Введение. При осуществлении деятельности в системе менеджмента (СМ), сертифицированной по требованиям стандарта ГОСТ ISO/IEC 17025-2019 [1], руководители подразделений испытательной лаборатории (ИЛ) – в рамках процесса «8.6 Улучшение» [1] – регулярно подают генеральному директору ИЛ заявки на финансирование проектов улучшения работ в своих подразделениях. Нередко бывает так, что при поступивших заявках на выполнение 7–8 проектов улучшения у генерального директора (лица, принимающего решение (ЛПР)) имеются средства на финансирование только одной или двух заявок. В таких случаях генеральный директор по требованиям процесса «8.5 Действия, связанные с рисками и возможностями» [1] обычно создает экспертную группу с целью определения того, какому из заявленных проектов улучшения следует в первую очередь выделить финансовые и/или материальные средства.

Перспективными вариантами сравнения результативности и эффективности рассматриваемых проектов улучшения является использование широко известной FMEA-методологии [2–6] (от английских слов «Failure Mode Effect Analysis», что на русский язык можно перевести в виде «Анализ последствий режима отказа») либо недавно предложенной IOMEA-методологии [7–9] (от английских слов «Improvement Opportunity Mode Effect Analysis» или «Анализ последствий режима возможного улучшения»). В случае использования IOMEA-методологии, генеральный директор ИЛ обычно требует наглядно представить результаты работ экспертной группы, например, в виде графических материалов, иллюстрирующих результаты работы экспертов.

В испытательных лабораториях (ИЛ), внедривших систему менеджмента (СМ) по требованиям [1], при поддержке процессов принятия решений (с использованием IOMEA-методологии) широко применяют методы наглядной иллюстрации результатов работы экспертных групп в виде графиков функций принадлежности (ФП) треугольной и/или трапециевидной формы [10]. При этом неясным остается вопрос о том, каким образом следует определять параметры таких ФП (особенно параметры так называемого «спреда», характеризующего разброс ФП относительно среднего значения) по результатам работы экспертной группы.

В последнее время все чаще находят применение ФП в виде колоколообразных кривых, обычно задаваемые на основе нормального закона распределения Гаусса [11–14]. Скорее всего, это обусловлено следующим обстоятельством: «Гауссова ФП является уникальной с той точки зрения, что при ее использовании наиболее просто решаются задачи определения двух основных параметров, определяющих как среднее значение ФП, так и величину «спреда», характеризующего размах ФП относительно среднего значения [12]». В статье [14] достаточно подробно рассмотрены вопросы, связанные с выбором между ФП трапециевидного и Гауссова типа. Мы согласны с мнением автора статьи [14] о том, что ФП Гауссова типа во многих случаях являются предпочтительными по сравнению с трапециевидными или треугольными ФП.

Апробированная в испытательной лаборатории ФГБОУ ВО ТГТУ процедурная модель предусматривает выполнение следующих действий:

1) в результате работы экспертов (путем использования, например, десятибалльных нечетких шкал, применяемых в процессах FMEA-анализа [2–6] или IOMEA-анализа [7–9]) появляются количественные оценки x_i нечетких (вербальных) данных и к ним применяются известные методы статистической обработки [15–17];

2) вычисляют среднее арифметическое значение c и среднеквадратичные отклонения (СКО) предоставленных экспертами данных;

3) выявляют и исключают возможные промахи в оценках, предоставленных экспертами;

4) с использованием распределения Стьюдента вычисляют значение величины Δ, определяющее размер доверительного интервала $(c - \Delta;\ c + \Delta)$ для среднего арифметического значения c предоставленных экспертами оценок и принимают значение параметра $\sigma = \Delta/2$; именно этот параметр σ определяет так называемый «спред» ФП;

5) искомую ФП представляют в виде

$$\mu(x) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-c}{\sigma}\right)^2\right]. \tag{1}$$

1. Основные виды функций принадлежности, применяемые при поддержке процесса принятия управленческого решения. В настоящее время при практическом использовании методов информационной поддержки процесса выработки проектов управленческих решений наиболее часто применяют следующие виды ФП:

- ФП треугольной формы [10, 11, 14, 18] (рис. 1а):

$$\mu(x;a,b,c) = \begin{cases} 0,\ \text{если}\ x \le a, \\ (x-a)/(b-a),\ \text{если}\ a < x \le b, \\ (c-x)/(c-b), \text{если}\ b < x \le c, \\ 0,\ \text{если}\ x > c, \end{cases} \tag{2}$$

где a, b, c – параметры, определяющие узловые точки ФП треугольной формы;

- ФП трапециевидной формы [10, 14, 18] (рис. 1б):

$$\mu(x;a,b,c,d) = \begin{cases} 0, \text{если}\ x \le a, \\ (x-a)/(b-a), \text{если}\ a < x \le b, \\ 1, \text{если}\ b < x \le c, \\ (d-x)/(d-c), \text{если}\ c < x \le d, \\ 0,\ \text{если}\ x > d, \end{cases} \tag{3}$$

где a, b, c, d – параметры, определяющие узловые точки ФП трапециевидной формы;

- ФП в виде колоколообразных кривых [11–14, 18–23] (рис. 1в):

$$\mu(x;c,\sigma) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-c}{\sigma}\right)^2\right], \tag{4}$$

где с – параметр, определяющий значение абсциссы максимального значения ФП (4); σ – параметр, определяющий так называемый «спред» ФП (4).

Следует отметить, что возможно использование функций принадлежности, например, S-образной формы [18] (рис. 1г):

$$S(x;a,b,c) = \begin{cases} 0, \text{если}\ x \le a, \\ 2[(x-a)/(b-a)]^2, \text{если}\ a < x \le b, \\ 1 - 2[(x-a)/(b-a)]^2, \text{если}\ b < x \le c, \\ 0,\ \text{если}\ x > c, \end{cases} \tag{5}$$

где a, b, c – параметры, определяющие конфигурацию ФП S-образной формы, причем $b = (a+c)/2$, а также и других форм, которые рассмотрены в [11, 18–23].

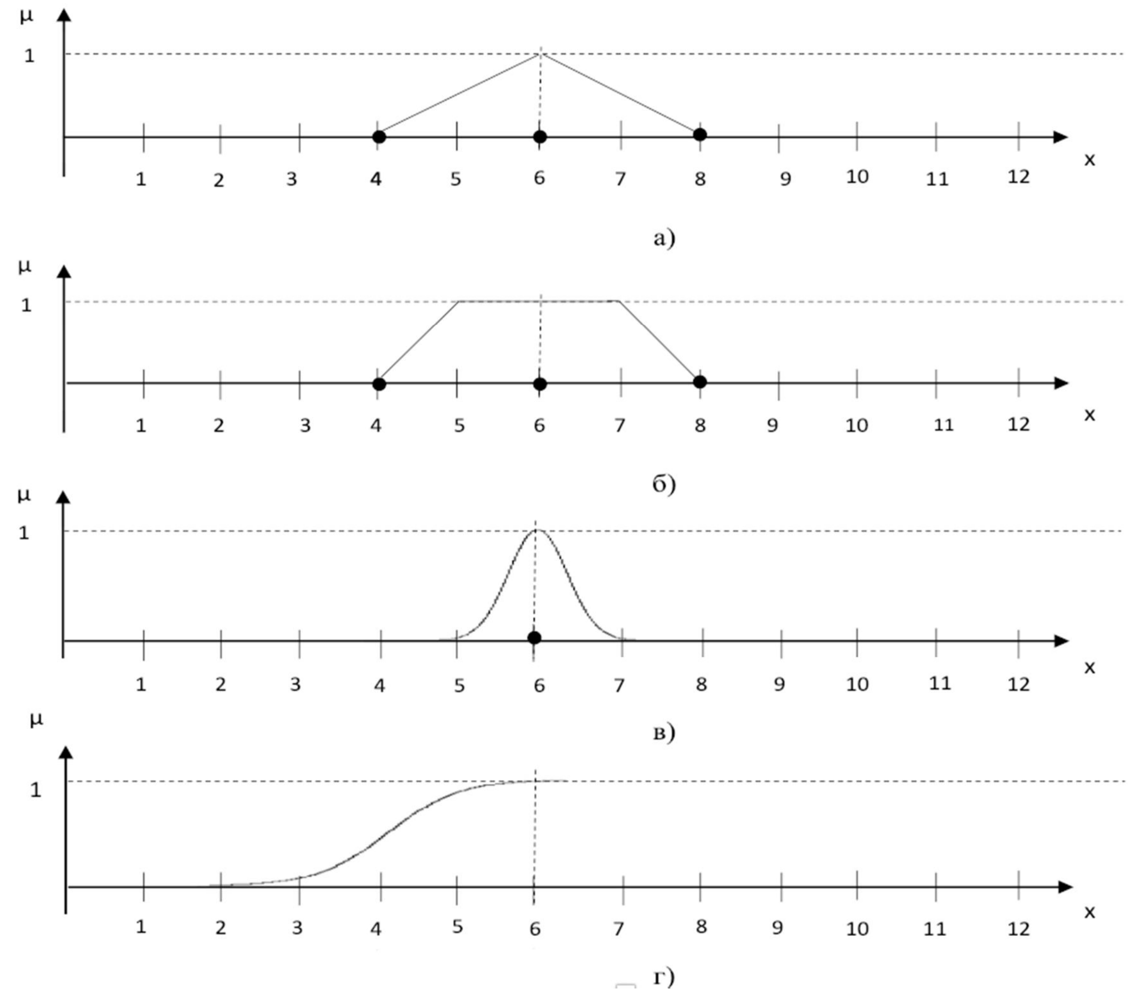

Рисунок 1 – Типичные формы функций принадлежности: а) треугольные; б) трапециевидные; в) Гауссова типа в виде колоколообразных кривых; г) в виде S-образной кривой

В статье [14] детально рассмотрены двенадцать соображений о свойствах ФП, определяющих выбор между трапециевидными и Гауссовыми ФП в качестве предпочтительного вида функции принадлежности, а именно:

1) представительность (способность отобразить имеющиеся данные);
2) конструирование (определение параметров по наблюдающимся данным);
3) оптимальность для целей решения задач подготовки принятия решений и последующего управления;
4) адаптивность к рассмотрению многообразных задач;
5) полезность для достижения инновационных целей;
6) аналитическая структура;
7) непрерывность и, желательно, гладкость;
8) монотонность на основных участках области определения;
9) стабильность при решении задач;
10) робастность (нечувствительность к небольшим изменениям входных данных);
11) невысокие затраты времени при вычислениях на компьютерах;
12) работоспособность при использовании в системе управления.

Автор статьи [14] считает, что функции принадлежности Гауссова типа проще по конструкции, их легче представлять и оптимизировать, они всегда непрерывны и гладки. Однако трапециевидные ФП проще в анализе [14].

По нашему мнению, главным достоинством ФП Гауссова типа является то, что значительно более понятно, каким образом можно определить их параметры по имеющимся данным, например, по предоставленным командой экспертов оценкам, полученным с применением квалиметрических шкал.

2. Опыт применения экспертных методов при оценке значений показателей в виде нечетких чисел с функциями принадлежности треугольной формы с применением десятибалльных квалиметрических шкал [7].

Разработанный нами подход к применению экспертных методов при оценке значений показателей в виде нечетких чисел с функциями принадлежности треугольной формы (с применением десятибалльных квалиметрических шкал [7, 8]) ранее был подробно рассмотрен в статье [9].

Предложенные в статье [7] десятибалльные квалиметрические шкалы для перехода от предоставленных экспертами вербальных оценок к балльным оценкам частных показателей-концептов:

1. «Значимость положительных последствий ЗП предлагаемого улучшения».

2.«Вероятность реализации ВР предлагаемого улучшения».

3. «Доступность (легкость) контроля и управления ДКУ процессами после внедрения предлагаемого улучшения», приведены в этой статье [7] в виде таблицы.

В результате работы каждого i-го эксперта, входящего в составы команды из m экспертов, чаще всего получаются целочисленные значения балльных оценок частных показателей-концептов $ЗП_i$, $ВР_i$ и $ДКУ_i$ $(i = 1,\ldots,m)$. Однако при агрегировании предоставленных экспертами только целочисленных оценок частных показателей-концептов $ЗП_i$, $ВР_i$ и $ДКУ_i$ (с применением аддитивной свертки, рассмотренной в [9]), чаще всего получаются дробные значения усредненных балльных оценок частных показателей-концептов $\overline{ЗП}$, $\overline{ВР}$ и $\overline{ДКУ}$.

В работе [9], с целью повышения достоверности получаемых интегральных оценок индикатора возможности улучшения деятельности в виде приоритетного числа возможности улучшения $\overline{ПЧВУ}$, подсчитываемого по формуле

$$\overline{ПЧВУ} = \overline{ВР} \cdot \overline{ЗП} \cdot \overline{ДКУ}, \qquad (6)$$

усредненным балльным оценкам частных показателей-концептов $\overline{ЗП}$, $\overline{ВР}$, $\overline{ДКУ}$ и $\overline{ПЧВУ}$ ставятся в соответствие нечеткие числа (НЧ) с функциями принадлежности треугольной формы, примерный вид которых приведен на рисунке 2.

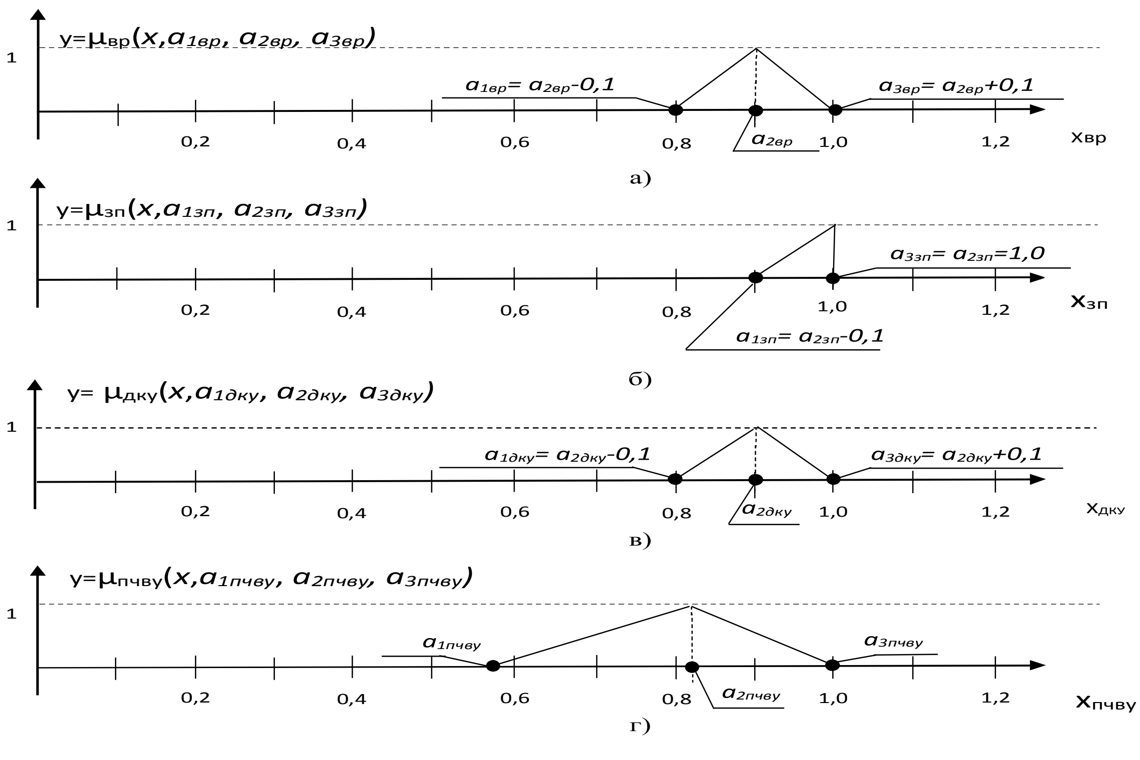

Рисунок 2 – Параметры функций принадлежности треугольных нечетких чисел, используемых для представления результатов формализации вербальных оценок экспертов в виде усредненных балльных оценок частных показателей-концептов: а – для $x_{вр}$; б – для $x_{зп}$; в – для $x_{дку}$; г – для $x_{пчву}$

На каждом графике (рис. 2а, б, в, г) под аргументами хвр, хзп, хдкуихпчву понимаются безразмерные величины: хвр =$\overline{\text{ВР}}$ / ВРmax, хзп =$\overline{\text{ЗП}}$ / ЗПmax, хдку =$\overline{\text{ДКУ}}$ / ДКУmaxхихпчву = $\overline{\text{ПЧВУ}}$/ ПЧВУmax, где ВРmax = ЗПmax = ДКУmax = 10, а значение ПЧВУmax = 1000, так как в соответствии с [7] ПЧВУmax = ВРmax · ЗПmax · ДКУmax.

Из рисунка 2а, б, в видно, что максимальные значения каждой функции принадлежности (ФП), соответствующие полученным усредненным балльным оценкам $\overline{\text{ВР}}$, $\overline{\text{ЗП}}$ и $\overline{\text{ДКУ}}$ частных показателей-концептов *а2вр,, а2зп , а2дку* и *а2пчву* , равны единице, а величины отклонения основания каждой треугольной ФП (от абсцисс максимальных значений ФП) были приняты в статье [9] численно равными 0,1 единиц аргументов *хвр, хзп, хдку* и *хпчву*. Отметим, что в работе [9] при *а2вр, а2зп* и *а2дку* более *0,9*, значения правых абсцисс оснований ФП задаются в виде *а3вр = 1,0, а3зп = 1,0, а3дку = 1,0*. Причем в работе [9] значения параметров *а1пчву, а2пчву, а3пчву* функции принадлежности треугольного нечеткого числа $\overline{\text{ПЧВУ}}$ вычисляли по формулам:

$$a1пчву = a1вр \cdot a1зп \cdot a1дку, \tag{7}$$

$$a2пчву = a2вр \cdot a2зп \cdot a2дку, \tag{8}$$

$$a3пчву = a3вр \cdot a3зп \cdot a3дку. \tag{9}$$

Приведенный в [9] подход к представлению результатов работы экспертной группы (в виде нечетких чисел с треугольными функциями принадлежности) при поддержке процесса принятия управленческого решения руководителем ИЛ (лицом, принимающим решение (ЛПР)) позволяет достаточно просто находить параметры *а1вр, а2вр, а3вр, а1зп, а2зп, а3зп, а1дку, а2дку, а3дку, а1пчву, а2пчву, а3пчву* треугольных функций принадлежности, представленных на рисунке 2. Однако при этом остается открытым вопрос о том, каким образом следует объективно оценить величину так называемого «спреда», характеризующего разброс ФП нечетких чисел *хвр, хзп, хдку* и *хпчву* относительно абсцисс *а2вр, а2зп, а2дку* и *а2пчву*.

Для приведенных на рисунке 2 графиков экспертная группа [9] приняла (на свое заседании) решение о том, что «спреды» для усредненных балльных оценок частных показателей-концептов $\overline{\text{ЗП}}$, $\overline{\text{ВР}}$ и $\overline{\text{ДКУ}}$ следует задать в виде ±10 % от максимальных возможных значений ВРmax = ЗПmax = ДКУmax = 10, а величина «спреда» для нечеткого числа хпчву определилась в процессе вычислений по формулам (7), (8) и (9). Такое волюнтаристское решение членов экспертной группы, принятое в [9], имеет субъективный характер и его недостатком является то, что при этом не были использованы возможности произвести объективную оценку величин «спредов» для нечетких чисел $\overline{\text{ВР}}$, $\overline{\text{ЗП}}$ и $\overline{\text{ДКУ}}$ по уже имевшимся экспертным балльным оценкам частных показателей-концептов ЗПi, ВРi и ДКУi *(i = 1,…,m)*. Ниже рассматривается предложенный в данной статье метод определения параметров ФП Гауссова типа в виде формул (4).

3. Применение статистических методов при обработке предоставленных экспертами данных о результатах оценки показателей ЗПi, ВРi и ДКУi *(i= 1,…,m)*.

3.1. Предварительные сведения об оценке среднего арифметического значения и средневадратичного отклонения (СКО) путем статистической обработки результатов наблюдений [15–17, 24]. При наблюдениях любой величины X (например, показателей-концептов ЗП, ВР и ДКУ, определенных в процессе работы экспертной группы), истинное значение которой X_0, теоретически мыслимо получить бесконечный набор значений X_1, X_2, $\cdots$, X_n, $\cdots$, который принято называть генеральной совокупностью значений. Обозначим погрешности (ошибки) каждого отдельного независимого измерения через

$$\Delta \mathrm{X}_i = \mathrm{X}_0 - \mathrm{X}_i . \tag{10}$$

Если среднее арифметическое значение погрешностей $\Delta \mathrm{X}_i$ для генеральной совокупности равно нулю, т.е.

$$\lim_{n \to \infty} \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} \Delta \mathrm{X}_i}{n} = 0 , \tag{11}$$

то такие погрешности являются случайными. Вероятность их появления тем большая, чем меньше их значения $\Delta \mathrm{X}_i$. Вероятность появления случайных погрешностей одной и той же величины, но разного знака одинакова. Для генеральной совокупности среднее арифметическое значение $\overline{\mathrm{X}}$ (математическое ожидание) равно истинному значению X_0 наблюдаемой величины X, т.е.

$$\overline{X} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} = X_0 . \tag{12}$$

Рассеяние измеренных значений X_i вблизи истинного X_0 характеризуется дисперсией $D(X)$, определяемой соотношением

$$D(X) = \sigma_X^2 = \lim_{n\to\infty} \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(X_i - \overline{X}\right)^2}{n} . \tag{13}$$

Величина σ_X называется среднеквадратичным отклонением (СКО) генеральной совокупности.

На самом деле в распоряжении экспертной группы имеется не бесконечная, а ограниченная совокупность – ряд x_1, x_2, … , x_i, … , x_n полученных (экспертным методом) значений величины X. Задача состоит в том, чтобы, пользуясь ограниченным числом наблюдений (выборкой объема n из генеральной совокупности), наилучшим образом оценить $\overline{X}$, $D(X)$ и дисперсию $D(\overline{X})$ для среднего арифметического значения $\overline{X}$, характеризующие генеральную совокупность. Такими оценками являются соответственно:

- среднее арифметическое выборки

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} , \tag{14}$$

- исправленное среднеквадратичное отклонение (СКО) выборки для каждого отдельного наблюдения, рассчитываемое по формуле

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} , \tag{15}$$

- исправленное среднеквадратичное отклонение (СКО) выборки для среднего арифметического значения $\bar{x}$, вычисляемое по формуле

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} . \tag{16}$$

3.2. Выявление грубых ошибок (промахов) в экспертных оценках [15, 16]. Может оказаться, что некоторые экстремальные величины $x_э$ из значений x_i кажутся слишком большими или слишком малыми по сравнению с другими. Чтобы ответить на вопрос, следует ли учитывать такие величины при расчете $\bar{x}$, σ_x и $\sigma_{\bar{x}}$, необходимо для экстремального $x_э$ рассчитать сначала значение

$$S_n = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2} , \tag{15а}$$

затем для экстремального $x_э$ вычислить значение

$$r = \frac{|x_Э - \bar{x}|}{S_n} \tag{17}$$

и сравнить полученное значение r с величиной критерия ζ_1 при заданной величине доверительной вероятности. В таблице 2 приведены значения критерия ζ_1 при доверительной вероятности $\alpha = 0{,}95$ по данным [15, 16].

Таблица 2 – Зависимость величины критерия ζ_1 от объема выборки n при доверительной вероятности $\alpha = 0{,}95$

n	ζ_1	*n*	ζ_1	*n*	ζ_1
3	1,41	9	2,24	20	2,62
4	1,69	10	2,29	25	2,72
5	1,87	12	2,39	30	2,88
6	2,00	14	2,46	35	2,96
7	2,09	16	2,52	40	3,00
8	2,17	18	2,58	45	3,08

Если $r > \zeta_1$, то $x_э$ должно быть исключено из выборки, а ее объем n соответственно уменьшен, после чего по формулам (14)–(16) следует рассчитать новые значения $\bar{x}$, $\sigma_x, \sigma_{\bar{x}}$, s_n и r.

3.3. Определение величины доверительного интервала при заданной доверительной вероятности [15, 16]. Оценки $\bar{x}$, σ_x и $\sigma_{\bar{x}}$ являются наилучшими, так как они не смещены, эффективны и состоятельны. Понятно, что ограниченный объем информации не позволяет в общем случае ожидать, что $X_0 = \bar{x}$, $\sigma_X^2 = \sigma_x^2$ и $\sigma_{\bar{X}} = \sigma_{\bar{x}}$. Можно лишь утверждать, что с некоторой заранее заданной (доверительной) вероятностью

$$|X_0 - \bar{x}| < \Delta_{\bar{x}},$$

где число $\Delta_{\bar{x}}$ характеризует погрешность полученной оценки $\bar{x}$ при заранее заданной доверительной вероятности. Интервал ($\bar{x} - \Delta_{\bar{x}}$, $\bar{x} + \Delta_{\bar{x}}$), по ширине равный $2 \cdot \Delta_{\bar{x}}$ и заключающий в себе $X = X_0$, называется доверительным.

При расчетах погрешности $\Delta_{\bar{x}}$ усредненных экспертных оценок доверительная вероятность должна быть заранее задана. Действуя по аналогии с обработкой результатов технических измерений и основываясь на практике экспертных оценок, в дальнейшем в данной статье всегда будем считать, что заданная доверительная вероятность равна $\alpha = 0{,}95$.

Для расчета доверительного интервала необходимо знать не только доверительную вероятность, но и закон распределения случайной величины. Этот закон, вообще говоря, должен быть установлен для каждого конкретного ряда измерений. Исследования [15, 16, 24] показали, что случайные величины (наблюдения) в большинстве случаев подчиняются нормальному закону распределения Гаусса. В дальнейшем будем считать, что случайная величина распределена по нормальному закону при большом числе экспертных оценок и по закону распределения Стьюдента [15, 16, 24] – при малом количестве наблюдений. Следует отметить, что на практике в состав экспертных групп чаще всего включают от 3 до 7 специалистов. Поэтому при вычислениях ширины доверительного интервала обычно используют так называемый коэффициент Стьюдента, определяемый при доверительной вероятности $\alpha = 0{,}95$.

При вышеизложенных допущениях погрешность Δ_x каждого отдельного результата наблюдения (при доверительной вероятности $\alpha = 0{,}95$) равна половине ширины доверительного интервала, и ее рассчитывают по формуле

$$\Delta_x = \zeta_2 \sigma_x = \zeta_2 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}, \tag{18}$$

для которой коэффициент Стьюдента (параметр ζ_2) берут из таблицы 3.

Таблица 3 – Зависимость коэффициента Стьюдента ζ_2 от объема выборки n при доверительной вероятности $\alpha = 0{,}95$ по данным [15, 16, 24]

n	ζ_2	*n*	ζ_2
3	4,30	9	2,31
4	3,18	10	2,26
5	2,78	15	2,15
6	2,57	20	2,09
7	2,45	50	2,01
8	2,37	100	1,96

Абсолютная погрешность $\Delta_{\overline{X}}$ среднего арифметического значения $\bar{x}$ результатов наблюдений вычисляют по формуле

$$\Delta_{\bar{x}} = \frac{\Delta_x}{\sqrt{n}} = \zeta_2 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}\,. \tag{19}$$

Если σ_X и $\sigma_{\overline{X}}$ известны, то

$$\Delta_X = 1{,}96\sigma_X \approx 2{,}0\sigma_X,$$
$$\Delta_{\overline{X}} = 1{,}96\sigma_{\overline{X}} \approx 2{,}0\sigma_{\overline{X}},$$

т.е. значение характерного размера (половины ширины) доверительного интервала примерно в два раза превышает величину СКО для среднего арифметического значения, рассчитанную по формуле (16).

Исходя из предоставленных экспертами данных, полученный результат экспертной оценки величины X_0 должен быть записан в виде

$X_0 = \bar{x} \pm \Delta_{\overline{X}}$ при доверительной вероятности α*=0,95*

или в виде

$$\text{Вер}\,(\bar{x} - \Delta_{\overline{X}} < X_0 < \bar{x} + \Delta_{\overline{X}}) = \alpha = 0{,}95. \tag{20}$$

3.4. Пример применения методов статистической обработки при определении параметров функции принадлежности Гауссова типа [15–17]. *Дано:* в результате работы экспертной группы было получено $m=6$ оценок нечеткого числа «Значимость последствий» *($ЗП_i$, i= 1, 2, ..., m),* а именно: $ЗП_1 = 4$, $ЗП_2 = 8$, $ЗП_3 = 9$, $ЗП_4 = 9$, $ЗП_5 = 8$, $ЗП_6 = 8$.

*Требуется найти:*1) значение абсциссы нечеткой переменной $c = x_{\overline{ЗП}} = \overline{ЗП} / ЗП_{max}$, соответствующее максимальному значению функции принадлежности (4); 2) величину параметра σ, входящего в функцию принадлежности (4) и характеризующего так называемый «спред» ФП Гауссова типа.

Решение: Значение $ЗП_1$ резко отличается от других, проверим, следует ли оставить его в выборке при расчете $\overline{ЗП}$ и $\sigma_{\overline{ЗП}}$. С этой целью по формулам (14) и (15а) рассчитаем $\overline{ЗП}$ и $S_{n\,ЗП}$ в предположении, что результат $ЗП_1$ является доброкачественным, а затем по формуле (17) рассчитаем параметр r и сравним его с ζ_1 (табл. 2):

$$\overline{ЗП} = \frac{4+8+9+9+8+8}{6} = 7{,}667\,,$$

$$S_{n\,ЗП} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(ЗП_i - \overline{ЗП}\right)^2} = 1{,}6997,$$

$$r = \frac{7{,}667 - 4{,}0}{1{,}6997} = 2{,}157 > 2{,}00\,.$$

Таким образом, значение $ЗП_1 = 4$ из дальнейшего рассмотрения должно быть исключено. После этого дальнейшей обработке подвергает выборку объемом $n = 5$.

По формуле (14) находим

$$\overline{ЗП} = \frac{8+9+9+8+8}{5} = 8{,}4\,,$$

что определяет значение абсциссы $c = x_{\overline{ЗП}} = \overline{ЗП} / ЗП_{max}$ (при $ЗП_{max}= 10$), соответствующее максимальной величине искомой ФП, равное $c = \overline{ЗП} / ЗП_{max} = 8{,}4/10 = 0{,}84$.

Из выражения (16) получаем $\sigma_{\overline{ЗП}} = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left(ЗП_i - \overline{ЗП}\right)^2}{n(n-1)}} = 0{,}2191\,.$

Наконец, расчет по формуле (19), для которой параметр $\zeta_2 = 2{,}78$ взят из таблицы 3 при n = 5, дает величину абсолютной погрешности определения среднего арифметического значения показателя $\overline{ЗП}$, равную

$$\Delta_{\overline{ЗП}} = 2{,}78 \cdot 0{,}2191 \approx 0{,}6091,$$

что соответствует значению абсолютной погрешности $\Delta_{\bar{x}_{ЗП}}$ определения среднего арифметического значения $c = x_{\overline{ЗП}}$ нечеткой величины $x_{\overline{ЗП}} = \overline{ЗП}/ЗП_{\max}$ (при $ЗП_{max} = 10$), равному

$$\Delta_{x_{\overline{ЗП}}} = 0{,}6091/10 = 0{,}06091.$$

В соответствии с выражением (20) полученный результат оценки показателя «Значимость последствий» ЗП определяется доверительным интервалом

$$\overline{ЗП} = 8{,}4 \pm 0{,}6091 \text{вт/(м. град)},$$

а для нечеткой величины $x_{\overline{ЗП}} = \overline{ЗП}/ЗП_{\max}$ соответствующий доверительный интервал имеет вид

$$x_{\overline{ЗП}} = 0{,}84 \pm 0{,}06091.$$

В связи с тем, что половина ширины доверительного интервала $\Delta_{\overline{ЗП}} \approx 0{,}6091$, а также с учетом сказанного во введении к данной статьи, в качестве параметров с и σ ФП Гауссова типа (4) для нечеткого показателя-концепта ЗП следует принять первый параметр равным

$$c = \overline{ЗП} = 8{,}4,$$

а в качестве второго параметра следует принять $\sigma = \Delta_{\overline{ЗП}}/2 \approx 0{,}3046$, т.е. половину величины $\Delta_{\overline{ЗП}}$, определяющей размер доверительного интервала. При этом саму функцию принадлежности (4) для показателя-концепта $\overline{ЗП}$ можно представить в виде

$$\mu(\overline{ЗП}; 8{,}4; 0{,}3046) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\overline{ЗП} - 8{,}4}{0{,}3046}\right)^2\right]. \tag{4а}$$

Аналогично в качестве параметров c и σ функции принадлежности Гауссова типа (4) для нечеткого показателя-концепта $x_{\overline{ЗП}} = \overline{ЗП}$ / ЗПmax (при $ЗПmax=10$) следует принять

$$c = \overline{ЗП}/ЗП_{max} = 8{,}4/10 = 0{,}84,\quad \sigma = \Delta_{\bar{x}_{ЗП}}/2 = \Delta_{\overline{ЗП}}/20 \approx 0{,}03046,$$

а саму эту функцию принадлежности (4) для показателя-концепта $x_{\overline{ЗП}} = \overline{ЗП}/ЗП_{max}$ можно представить в виде $\mu(x_{\overline{ЗП}}; 0{,}84; 0{,}03046) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x_{\overline{ЗП}} - 0{,}84}{0{,}03046}\right)^2\right]$.

В данном пункте 3.4 приведен пример определения параметров c и σ функции принадлежности в виде формулы (4) по данным, предоставленным экспертами для показателя-концепта *ЗПi(i= 1, 2, …, n)*. При обработке предоставленных экспертами результатов оценки показателей-концептов *ВРi* и *ДКУi (i= 1, 2, …, n)* следует действовать аналогично.

4. Применение теоретических основ метрологии при определении параметров функции принадлежности Гауссова типа для нечеткого числа «Приоритетное число возможности улучшения» (ПЧВУ). Воспользуемся рекомендациями теоретических основ метрологии, применяемыми при вычислении погрешностей косвенных измерений при использовании зависимостей в виде произведения переменных. Применение экспертных методов при подготовке принятия управленческих решений в соответствии с рекомендациями FMEA-методологии [7–11] или IOMEA-методологии [7–9] предполагает обработку предоставленных экспертами данных с использованием формул в виде произведения средних значений трех показателей-концептов. В случае использования так называемой IOMEA-методологии [7–9], рассмотренной во втором разделе данной статьи, вычисление результирующего значения показателя $\overline{ПЧВУ}$ (при обработке предоставленных экспертами данных) не вызывает затруднений. При этом в качестве показателя $c_{\overline{ПЧВУ}}$ ФП Гауссова типа принимают значение показателя $\overline{ПЧВУ}$, определяемое по формуле

$$c_{\overline{ПЧВУ}} = \overline{\text{ПЧВУ}} = \overline{\text{ВР}} \cdot \overline{\text{ЗП}} \cdot \overline{\text{ДКУ}}. \quad (21)$$

Смысл и порядок определения показателей-концептов, входящих в формулу (21), были подробно рассмотрены во втором разделе данной статьи. Несколько сложнее обстоит дело с определением показателя $\sigma_{\overline{ПЧВУ}}$, определяющего «спред» ФП Гауссова типа.

4.1. Применение методов оценки погрешностей косвенных измерений [15–17] в качестве основы при определении доверительного интервала для среднего значения нечеткого числа «Приоритетное число возможности улучшения» (ПЧВУ). Рассмотрим задачу об определении так называемого «спреда» для ФП нечеткого показателя-концепта $\overline{\text{ПЧВУ}}$ и соответствующей нечеткой относительной величины $x_{\overline{ПЧВУ}} = \overline{ПЧВУ} / ПЧВУ_{\max}$.

Исходные данные: Экспертами определены средние значения показателей-концептов $\overline{ВР}$, $\overline{ЗП}$, $\overline{ДКУ}$. величины доверительных интервалов $\Delta_{\overline{ВР}}$, $\Delta_{\overline{ЗП}}$, $\Delta_{\overline{ДКУ}}$ для этих показателей-концептов и параметры $c_{\overline{ВР}}, \sigma_{\overline{ВР}}, c_{\overline{ЗП}}, \sigma_{\overline{ЗП}}, c_{\overline{ДКУ}}, \sigma_{\overline{ДКУ}}$ соответствующих функций принадлежности в виде соотношений (4).

Требуется: Найти среднее значение показателя концепта $\overline{\text{ПЧВУ}}$, величину доверительного интервала $\Delta_{\overline{ПЧВУ}}$ и соответствующие значения параметров $c_{\overline{ПЧВУ}}$ и $\sigma_{\overline{ПЧВУ}}$ функции принадлежности в виде формулы (4).

Решение: Среднее значение показателя-концепта $\overline{\text{ПЧВУ}}$ легко вычисляется непосредственно по формуле (21), причем в качестве параметра $c_{\overline{ПЧВУ}}$ принимается $c_{\overline{ПЧВУ}} = \overline{\text{ПЧВУ}}$.

Вопрос об определении величины доверительного интервала, в котором находится найденное среднее значение показателя-концепта $\overline{\text{ПЧВУ}}$, решается несколько сложнее с применением методов, разработанных для оценки погрешностей косвенных измерений[15–17].

Рекомендации теоретических основ метрологии для вычисления погрешностей косвенных измерений при решении рассматриваемой задачи можно использовать следующим образом.

1. Прологарифмируем левую и правую части зависимости (21)

$$\ln \overline{\text{ПЧВУ}} = \ln\left(\overline{\text{ВР}} \cdot \overline{\text{ЗП}} \cdot \overline{\text{ДКУ}}\right) = \ln \overline{ВР} + \ln \overline{ЗП} + \ln \overline{ДКУ}.$$

2. Найдем дифференциалы правой и левой частей

$$d \ln \overline{\text{ПЧВУ}} = d \ln\left(\overline{\text{ВР}} \cdot \overline{\text{ЗП}} \cdot \overline{\text{ДКУ}}\right) = d \ln \overline{ВР} + d \ln \overline{ЗП} + d \ln \overline{ДКУ}.$$

3. Учитывая, что дифференциал от логарифма переменной величины x находится по формуле [15–17] $d(\ln x) = \frac{d \ln x}{dx} dx = \frac{dx}{x}$, получаем

$$\frac{d\overline{\text{ПЧВУ}}}{\overline{\text{ПЧВУ}}} = \frac{d\overline{\text{ВР}}}{\overline{\text{ВР}}} + \frac{d\overline{\text{ЗП}}}{\overline{\text{ЗП}}} + \frac{d\overline{\text{ДКУ}}}{\overline{\text{ДКУ}}}.$$

4. Произведем широко используемую в теории погрешностей замену дифференциалов малыми абсолютными погрешностями (при условии, что абсолютные погрешности достаточно малы) [15–17]:

$$d\overline{\text{ПЧВУ}} \approx \Delta\overline{\text{ПЧВУ}},\ d\overline{\text{ВР}} \approx \Delta\overline{\text{ВР}},\ d\overline{\text{ЗП}} \approx \Delta\overline{\text{ЗП}},\ d\overline{\text{ДКУ}} \approx \Delta\overline{\text{ДКУ}}.$$

Тогда $\frac{\Delta\overline{\text{ПЧВУ}}}{\overline{\text{ПЧВУ}}} = \frac{\Delta\overline{\text{ВР}}}{\overline{\text{ВР}}} + \frac{\Delta\overline{\text{ЗП}}}{\overline{\text{ЗП}}} + \frac{\Delta\overline{\text{ДКУ}}}{\overline{\text{ДКУ}}}$.

5. Учитывая, что знаки погрешностей $\Delta\overline{\text{ВР}}$, $\Delta\overline{\text{ЗП}}$, $\Delta\overline{\text{ДКУ}}$ заранее неизвестны, для получения гарантированной (*предельной*) оценки относительной погрешности косвенного измерения в последней формуле (в общем случае в ней могут присутствовать и знаки "–") все знаки "–" заменяем на знаки "+" [15–17] и в нашем случае получаем такую же формулу

$$\left(\frac{\Delta\overline{\text{ПЧВУ}}}{\overline{\text{ПЧВУ}}}\right)_{\text{пр}} = \frac{\Delta\overline{\text{ВР}}}{\overline{\text{ВР}}} + \frac{\Delta\overline{\text{ЗП}}}{\overline{\text{ЗП}}} + \frac{\Delta\overline{\text{ДКУ}}}{\overline{\text{ДКУ}}}, \quad (22)$$

которую можно представить в виде

$$\delta\overline{\text{ПЧВУ}}_{\text{пр}} = \delta\overline{\text{ВР}} + \delta\overline{\text{ЗП}} + \delta\overline{\text{ДКУ}}, \quad (22a)$$

где $\delta\overline{\text{ПЧВУ}}_{\text{пр}} = \left(\dfrac{\Delta\overline{\text{ПЧВУ}}}{\overline{\text{ПЧВУ}}}\right)_{\text{пр}}$, $\delta\overline{\text{ВР}} = \dfrac{\Delta\overline{\text{ВР}}}{\overline{\text{ВР}}}$, $\delta\overline{\text{ЗП}} = \dfrac{\Delta\overline{\text{ЗП}}}{\overline{\text{ЗП}}}$, $\delta\overline{\text{ДКУ}} = \dfrac{\Delta\overline{\text{ДКУ}}}{\overline{\text{ДКУ}}}$ – обозначения относительных погрешностей определения соответствующих нечетких показателей-концептов.

6. Предельную оценку абсолютной погрешности косвенного измерения можно находить по формуле

$$\Delta\overline{\text{ПЧВУ}}_{\text{пр}} = \delta\overline{\text{ПЧВУ}}_{\text{пр}} \cdot \overline{\text{ПЧВУ}}.$$

Величина предельной погрешности во многих случаях бывает завышенной, поэтому часто на практике применяют так называемую «среднеквадратическую оценку погрешности». Для получения среднеквадратической оценки погрешности поступают следующим образом. В формулах (22) и (22а) суммы, стоящие в правых частях этих формул, заменяют корнями квадратными из суммы квадратов соответствующих переменных [15–17].

7. Воспользовавшись этими рекомендациями, запишем формулы для вычисления среднеквадратических оценок относительной $\delta\overline{\text{ПЧВУ}}_{\text{ск}}$ и абсолютной $\Delta\overline{\text{ПЧВУ}}_{\text{ск}}$ погрешностей косвенного определения показателя-концепта $\overline{\text{ПЧВУ}}_{\text{ск}}$, которые имеют вид:

$$\delta\overline{\text{ПЧВУ}}_{\text{ск}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta\overline{\text{ВР}}}{\overline{\text{ВР}}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\overline{\text{ЗП}}}{\overline{\text{ЗП}}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\overline{ДКУ}}{\overline{ДКУ}}\right)^2} = \sqrt{\left(\delta\overline{\text{ВР}}\right)^2 + \left(\delta\overline{\text{ЗП}}\right)^2 + \left(\delta\overline{\text{ДКУ}}\right)^2} \qquad (23)$$

$$\Delta\overline{\text{ПЧВУ}}_{\text{ск}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta\overline{\text{ВР}}}{\overline{\text{ВР}}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\overline{\text{ЗП}}}{\overline{\text{ЗП}}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\overline{\text{ДКУ}}}{\overline{\text{ДКУ}}}\right)^2} \cdot \overline{\text{ПЧВУ}} =$$
$$= \sqrt{\left(\delta\overline{\text{ВР}}\right)^2 + \left(\delta\overline{\text{ЗП}}\right)^2 + \left(\delta\overline{\text{ДКУ}}\right)^2} \cdot \overline{\text{ПЧВУ}} = \delta\overline{\text{ПЧВУ}}_{\text{ск}} \cdot \overline{\text{ПЧВУ}}. \qquad (23а)$$

Следуя вышеизложенным рекомендациям, по формулам (21) и (23а) получают значения параметров $\overline{\text{ПЧВУ}}$ и $\Delta\overline{\text{ПЧВУ}}_{\text{ск}}$, определяющие величину доверительного интервала при доверительной вероятности $\alpha = 0{,}95$ и позволяющие записать полученный результат в виде $Вер(\overline{\text{ПЧВУ}} - \Delta\overline{\text{ПЧВУ}}_{\text{ск}} \le ПЧВУ_0 \le \overline{\text{ПЧВУ}} + \Delta\overline{\text{ПЧВУ}}_{\text{ск}}) = 0{,}95$, т.е. вероятность того, что истинное значение $ПЧВУ_0$ показателя-концепта $\overline{ПЧВУ}$ находится в интервале $(\overline{\text{ПЧВУ}} - \Delta\overline{\text{ПЧВУ}}_{\text{ск}}, \overline{\text{ПЧВУ}} + \Delta\overline{\text{ПЧВУ}}_{\text{ск}})$, равна $\alpha = 0{,}95$.

4.2. Определение параметров функции принадлежности Гауссова типа для среднего значения нечеткого показателя-концепта $\overline{\text{ПЧВУ}}$ после обработки результатов работы экспертной группы. С учетом изложенного выше в п. 4.1 для показателя-концепта $\overline{\text{ПЧВУ}}$ следует рекомендовать следующий порядок вычисления параметров ФП Гауссова типа, задаваемой в виде формулы (4):

а) в качестве параметра $c_{\overline{ПЧВУ}}$, определяющего значение абсциссы показателя-концепта $\overline{\text{ПЧВУ}}$, соответствующее максимальному значению ФП (4), принимают значение $c_{\overline{ПЧВУ}} = \overline{\text{ПЧВУ}} = \overline{\text{ВР}} \cdot \overline{\text{ЗП}} \cdot \overline{\text{ДКУ}}$, рассчитанное по формуле (21);

б) в качестве параметра $\sigma_{\overline{ПЧВУ}}$, определяющего «спред» ФП (4), следует принять

$$\sigma_{\overline{ПЧВУ}} = \Delta\overline{\text{ПЧВУ}}_{\text{ск}} / 2, \qquad (24)$$

т.е. половину значения $\Delta\overline{\text{ПЧВУ}}_{\text{ск}}$, определяющего величину доверительного интервала $(\overline{\text{ПЧВУ}} - \Delta\overline{\text{ПЧВУ}}_{\text{ск}}, \overline{\text{ПЧВУ}} + \Delta\overline{\text{ПЧВУ}}_{\text{ск}})$;

в) в итоге ФП в виде формулу (4) для переменной величины $\overline{\text{ПЧВУ}}$, следует записать в виде

$$\mu(\overline{\text{ПЧВУ}}; c_{\overline{ПЧВУ}}, \sigma_{\overline{ПЧВУ}}) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\overline{\text{ПЧВУ}} - c_{\overline{ПЧВУ}}}{\sigma_{\overline{ПЧВУ}}}\right)^2\right]. \qquad (25)$$

4.3. Определение параметров функции принадлежности Гауссова типа для нечеткого показателя концепта $x_{\overline{ПЧВУ}} = \overline{ПЧВУ}_{ск} / ПЧВУ_{\max}$ после обработки

результатов работы экспертной группы. При поддержке процесса принятия решения менеджером (ЛПР) испытательной лаборатории целесообразно использовать графики функций принадлежности, имеющие сопоставимые размеры. Например, на каждом графике (рис. 2а, б, в, г) под аргументами $x_{вр}$, $x_{зп}$, $x_{дку}$ и $x_{пчву}$ понимаются безразмерные величины $x_{вр} = \overline{ВР}$ / $ВР_{max}$, $x_{зп} = \overline{ЗП}$ / $ЗП_{max}$, $x_{дку} = \overline{ДКУ}$ / $ДКУ_{max}$ и $x_{пчву} = \overline{ПЧВУ}$/ $ПЧВУ_{max}$, где $ВР_{max} = ЗП_{max} = ДКУ_{max} = 10$, а значение $ПЧВУ_{max} = 1000$, так как в соответствии с [7] $ПЧВУ_{max} = ВР_{max} \cdot ЗП_{max} \cdot ДКУ_{max}$.

Действуя по аналогии с вышеизложенным, получаем следующие результаты:

а) для нечеткого показателя-концепта $x_{\overline{ПЧВУ}} = \overline{ПЧВУ} \ / ПЧВУ_{\max}$ (при $ПЧВУ_{max} = 1000$) в качестве первого параметра ФП, в виде зависимости (4), следует принять

$$c_{x_{\overline{ПЧВУ}}} = \overline{ПЧВУ} \, / \, ПЧВУ_{\max}, \tag{26}$$

б) в качестве второго параметра ФП, в виде зависимости (4), следует принять

$$\sigma_{x_{\overline{ПЧВУ}}} = \Delta_{x_{\overline{ПЧВУ}}} / 2 = \Delta\overline{ПЧВУ}_{СК} / (2 \cdot ПЧВУ_{\max}), \tag{27}$$

где $\Delta_{x_{\overline{ПЧВУ}}} = \Delta\overline{ПЧВУ}_{СК} \, / \, ПЧВУ_{\max}$ – величина, определяющая размер доверительного интервала $(x_{\overline{ПЧВУ}} - \Delta_{x_{\overline{ПЧВУ}}}, x_{\overline{ПЧВУ}} + \Delta_{x_{\overline{ПЧВУ}}})$ для нечеткого показателя-концепта $x_{\overline{ПЧВУ}} = \overline{ПЧВУ} \ / ПЧВУ_{\max}$;

в) соответственно ФП в виде формулы (4) для нечеткого показателя-концепта $x_{\overline{ПЧВУ}} = \overline{ПЧВУ} / ПЧВУ_{\max}$ следует записать в виде

$$\mu(x_{\overline{ПЧВУ}}; c_{x_{\overline{ПЧВУ}}}, \sigma_{x_{\overline{ПЧВУ}}}) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x_{\overline{ПЧВУ}} - c_{x_{\overline{ПЧВУ}}}}{\sigma_{x_{\overline{ПЧВУ}}}}\right)^2\right]. \tag{4б}$$

5. Процедурная модель обработки предоставленных экспертами результатов оценки показателей «Вероятность реализации» (ВР), «Значимость последствий» (ЗП), «Доступность контроля и управления» (ДКУ) и «Приоритетное число возможности улучшения» (ПЧВУ) при поддержке процесса принятия решения. Итоги выполненных исследований, изложенные выше в данной статьи, были положены в основу разработанной процедурной модели (рис. 3) обработки результатов оценки значений показателей $ВР_i(i= 1, 2, ..., m_{вр})$, $ЗП_i(i= 1, 2, ..., m_{зп})$ и $ДКУ_i(i= 1, 2, ..., m_{дку})$, предоставленных экспертной группой (по десятибалльным квалиметрическим шкалам), чаще всего включающей в свой состав m = 3, …,7 человек. В общем случае: 1) количество предоставленных экспертами сведений о значениях показателей-концептов может быть различным, например, $m_{вр}$,$m_{зп}$ и$m_{дку}$; 2) наряду с десятибалльными шкалами (используемыми в данной статье) могут быть применены четырехбалльные, семибалльные и другие виды квалиметрических шкал. Поэтому во втором блоке на рисунке 3 предусмотрен ввод не только предоставленных экспертами значений $ВР_i(i= 1, 2, ..., m_{вр})$, $ЗП_i(i= 1, 2, ..., m_{зп})$ и $ДКУ_i(i= 1, 2, ..., m_{дку})$, но и величин $ВР_{max}$, $ЗП_{max}$, $ДКУ_{max}$, а также табличных значений критерия ζ_1 и коэффициента Стьюдента ζ_2 при доверительной вероятности $\alpha = 0{,}95$.

Третий, четвертый и пятый блоки на рисунке 3 предназначены (по рекомендациям п. 3.2 данной статьи) для выявления возможных грубых ошибок (промахов) среди значений показателей $ВР_i(i= 1, 2, ..., m_{вр})$, предоставленных экспертами. Аналогичные задачи решаются блоками 6–8 для выявления возможных промахов среди значений $ЗП_i(i= 1, 2, ..., m_{зп})$, а также блоками 9–11 по отношению к возможным грубым ошибкам (промахам) среди значений $ДКУ_i(i= 1, 2, ..., m_{дку})$, предоставленных экспертами.

Двенадцатый блок на рисунке 3 рассматриваемой процедурной модели предусматривает вычисление значений параметров функций принадлежности, а именно: $c_{x_{\overline{ВР}}}, c_{x_{\overline{ЗП}}}, c_{x_{\overline{ДКУ}}}$ и $c_{x_{\overline{ПЧВУ}}}$, а также $\sigma_{x_{\overline{ВР}}}, \sigma_{x_{\overline{ЗП}}}, \sigma_{x_{\overline{ДКУ}}}$ и $\sigma_{x_{\overline{ПЧВУ}}}$. Используемые для вычисления этих параметров формулы представлены в 12 блоке на рисунке 3.

Тринадцатый блок на рисунке 3 предусматривает построение графиков функций принадлежности в виде зависимости (4) для показателей-концептов $x_{\overline{ВР}}, x_{\overline{ЗП}}, x_{\overline{ДКУ}}, x_{\overline{ПЧВУ}}$ и предоставление этих графиков (рис. 4) руководителю испытательной лаборатории (лицу, принимающему решение (ЛПР)) в рамках процесса поддержки процесса принятия управленческого решения.

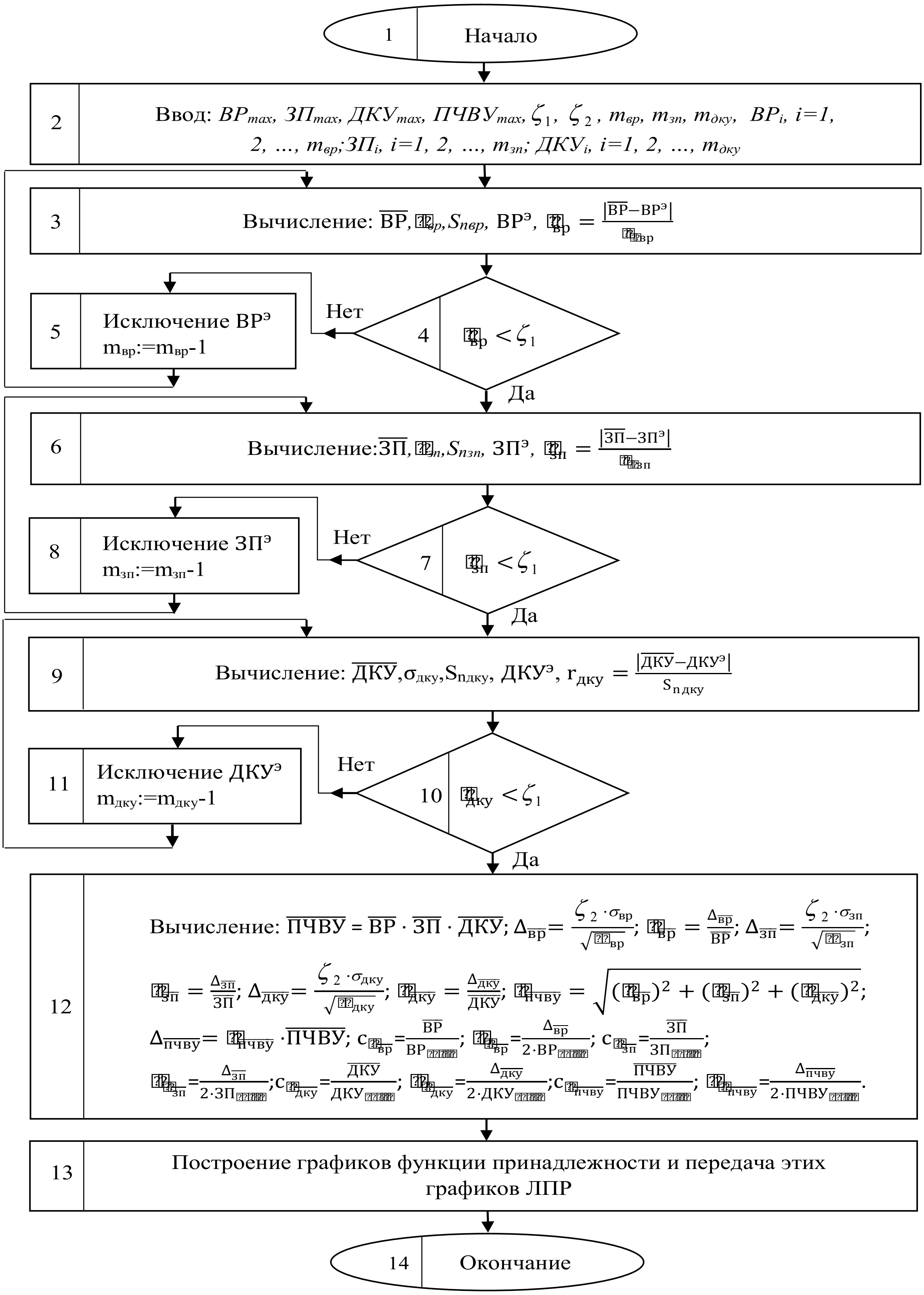

Рисунок 3 – Процедурная модель определения параметров и построения графиков функций принадлежностей в виде зависимости (4) для показателей-концептов $x_{\overline{ВР}}, x_{\overline{ЗП}}, x_{\overline{ДКУ}}, x_{\overline{ПЧВУ}}$

5.1. Пример применения разработанной процедурной модели при обработке результатов работы экспертной группы. Результаты применения вышеизложенных результатов приведены в таблице 4. Представленные в этой таблице и на рисунке 4 результаты были рассчитаны при экспертных оценках, которые достаточно близки к тем, которые ранее были использованы в статье [9] и проиллюстрированы графически на рисунке 2.

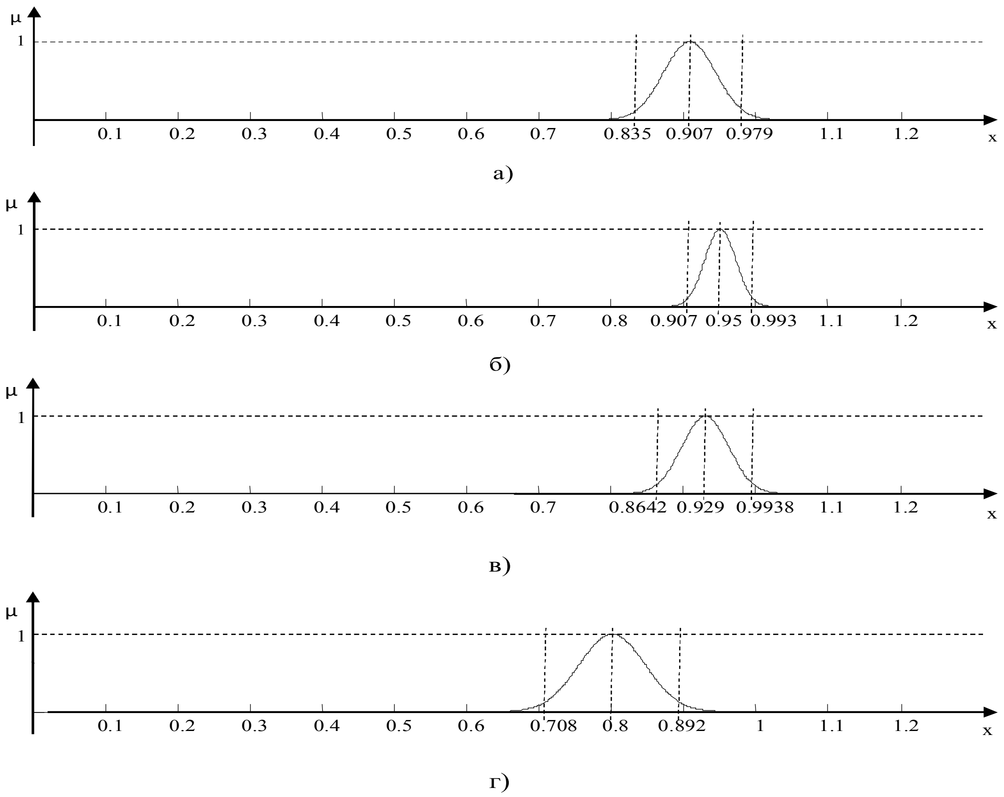

Рисунок 4 – Графики функций принадлежности Гауссова типа, используемые для представления результатов формализации вербальных оценок экспертов для показателей-концептов: а – для $x_{\overline{ВР}}$, б – для $x_{\overline{ЗП}}$, в – для $x_{\overline{ДКУ}}$, г – для $x_{\overline{ПЧВУ}}$

Таблица 4 – Результаты обработки оценок $ВР_i$, $ЗП_i$ и $ДКУ_i$ $(i = 1,...,7)$, предоставленных экспертами при выработке рекомендаций по осуществлению проекта улучшения деятельности в испытательной лаборатории

	Номер эксперта							$c=\bar{x}$	σ_x	$\sigma_{\bar{x}}$	$\Delta_{\bar{x}}=\zeta_2\cdot\sigma_{\bar{x}}$	$\delta_{\bar{x}}=\dfrac{\Delta_{\bar{x}}}{\bar{x}}$	σ
	1	2	3	4	5	6	7						
$x_{вр}$	0,8	1,0	0,9	0,9	1,0	0,95	0,8	0,907	0,0776	0,0293	0,0719	0,0792	0,0360
$x_{зп}$	0,9	1,0	0,9	0,9	1,0	0,95	1,0	0,950	0,0463	0,0175	0,0429	0,0451	0,0215
$x_{дку}$	0,8	0,9	0,9	0,9	1,0	1,0	1,0	0,929	0,0699	0,0265	0,0648	0,0698	0,0324
$x_{\overline{ПЧВУ}}$								0,800			0,0919	0,1149	0,046

По аналогии с формулой (21) было определено значение $x_{\overline{ПЧВУ}}$=0,907·0,95·0,929=0,800. Далее вычислили относительную погрешность определения $\delta_{\overline{ПЧВУ}} = \sqrt{(\delta_{\overline{вр}})^2 + (\delta_{\overline{зп}})^2 + (\delta_{\overline{дку}})^2}$ $=\sqrt{(0{,}0792)^2 + (0{,}0451)^2 + (0{,}0698)^2}$ = 0,1149, а затем рассчитали значения параметров

$\Delta_{\overline{пчву}} = \delta_{\overline{пчву}} \cdot x_{\overline{ПЧВУ}}$ =0,1149·0,800=0,0919 и $\sigma_{x_{\overline{пчву}}} = \frac{\Delta_{\overline{пчву}}}{2 \cdot ПЧВУ_{max}}$ =0,0919/2=0,0460, приведенные в нижней строке таблицы 2. По данным таблицы 4 были построены графики ФП, представленные на рисунке 4.

На рисунке 4 вертикальными штрихпунктирными линиями показаны середины, а также нижние и верхние границы доверительных интервалов, построенных по данным таблицы 2. На осях абсцисс графиков (рис. 4а, б, в, г) приведены числовые значения, соответствующие серединам и границам этих доверительных интервалов.

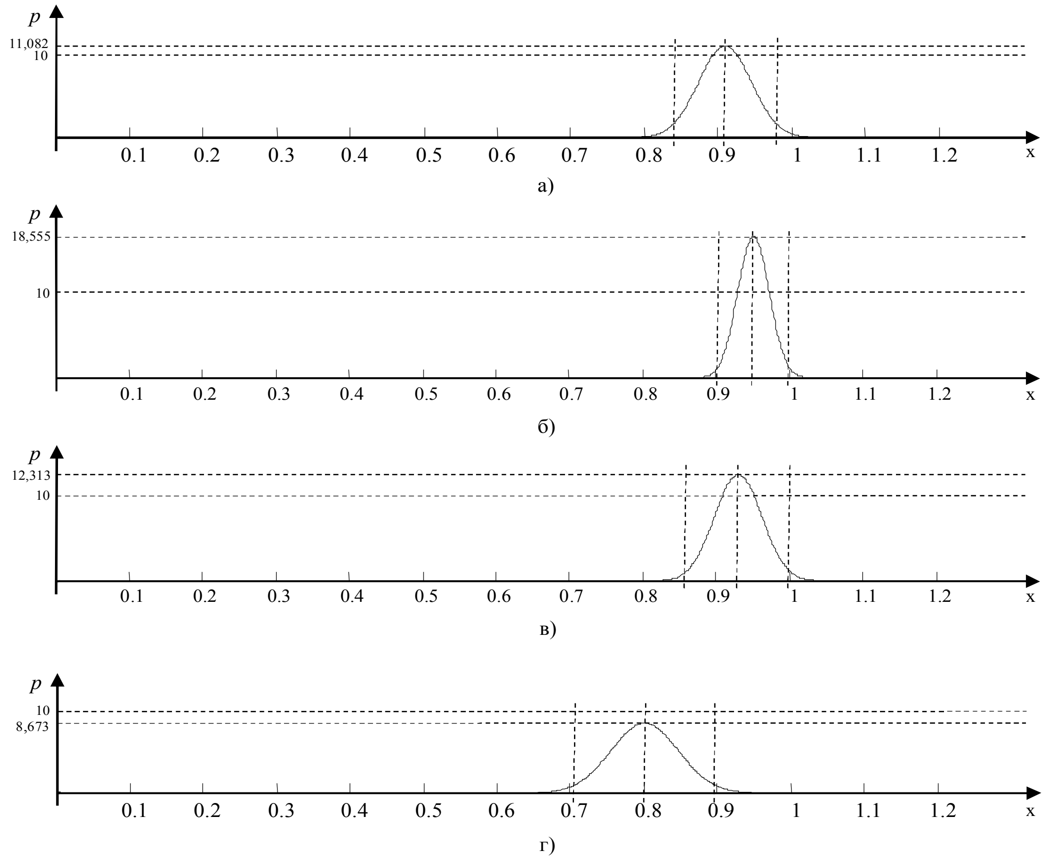

Рисунок 5 – Графики функций $p(x)$ нормальных законов распределения Гаусса, используемые для представления результатов формализации вербальных оценок экспертов для показателей-концептов: а – для $x_{\overline{ВР}}$, б – для $x_{\overline{ЗП}}$, в – для $x_{\overline{ДКУ}}$, г – для $x_{\overline{ПЧВУ}}$

Следует отметить, что для сотрудников испытательных лабораторий характерно традиционное использование методов метрологии, базирующееся на применении нормального закона распределения Гаусса

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-c}{\sigma} \right)^2 \right]. \qquad (28)$$

Для сравнения на рисунке 5 приведены графики функций нормальных законов распределения Гаусса (28) соответственно: а – для $x_{\overline{ВР}}$, б – для $x_{\overline{ЗП}}$, в – для $x_{\overline{ДКУ}}$, г – для $x_{\overline{ПЧВУ}}$.

По аналогии с рисунком 4, на графиках (приведенных на рис. 5 а, б, в, г), вертикальными штрихпунктирными линиями показаны положения соответствующих середин и границ доверительных интервалов, численно совпадающие с приведенными выше на рисунке 4. При этом по вертикальным осям ординат на графиках (рис. 5а, б, в, г) показаны максимальные значения функций (28) в середине доверительного интервала. При сравнении данных, приведенных на рисунках 4 и 5, можно сделать вывод, что при использовании графиков в виде функций нормальных законов распределения (28) у лица, принимающего решение (ЛПР), появляется дополнительная информация о максимальных значениях функций (28) в серединах доверительных интервалов.

Заключение. Применение вышеизложенных математических методов, рекомендуемых теоретической метрологией [15–17], позволяет достаточно просто и точно определить значения параметров $c_{x_{\overline{ВР}}}, c_{x_{\overline{ЗП}}}, c_{x_{\overline{ДКУ}}}$ и $c_{x_{\overline{ПЧВУ}}}$, а также $\sigma_{x_{\overline{ВР}}}, \sigma_{x_{\overline{ЗП}}}, \sigma_{x_{\overline{ДКУ}}}$ и $\sigma_{x_{\overline{ПЧВУ}}}$, необходимые для построения графиков функций принадлежности в виде зависимостей (1), (4), (4а) и (4б).

При сравнении графиков, представленных на рисунках 2 и 4, которые были построены при близких друг к другу результатах экспертных оценок, видно следующее:

1) графики функций принадлежности Гауссова типа в виде колоколообразных кривых (представленные на рисунке 4) значительно более привычны для сотрудников испытательных лабораторий по сравнению с графиками треугольных функций принадлежности, представленными на рисунке 2;

2) величины «спредов» для показателей-концептов $x_{\overline{ВР}}, x_{\overline{ЗП}}, x_{\overline{ДКУ}}, x_{\overline{ПЧВУ}}$, представленных на рисунке 4, оказались существенно меньше по сравнению со «спредами» для аналогичных показателей, показанных на рисунке 2; это объясняется тем, что на рисунке 2 представлены так называемые предельные оценки [15–17] «спредов» (обычно сильно завышающие реальный разброс предоставленных экспертами данных), а при построении графиков на рисунке 4 использованы среднеквадратичные оценки «спредов», которые (с точки зрения теории вероятностей и математической статистики) обычно наиболее близки к реальным оценкам разброса экспертных данных;

3) в связи с этим есть основания для того, чтобы рекомендовать сотрудникам испытательных лабораторий (при поддержке процессов принятия управленческих решений) шире применять рассмотренную в статье процедуру определения параметров $c_{x_{\overline{ПЧВУ}}}$ и $\sigma_{x_{\overline{ПЧВУ}}}$, используемых при представлении функций принадлежности Гауссова типа в виде колоколообразных кривых на основе формулы (4б).

При сравнении рисунков 4 и 5 можно сделать вывод, что приведенные на них данные очень похожи. Если руководитель испытательной лаборатории (ЛПР) предпочитает использовать графики функций принадлежности (рис. 4) в виде зависимостей (1), (4), (4а) и (4б), то в таком виде надо ему предоставлять результаты работы экспертной группы при поддержке процесса принятия решения. Если же ЛПР отдает предпочтение данным (рис. 5) в виде графиков функций нормального закона распределения (28), то при поддержке процесса принятия управленческого решения результаты работы экспертов надо предоставлять ему именно в таком виде.

Библиографический список

1. ГОСТ ISO/IEC 17025-2019. Общие требования к компетентности испытательных и калибровочных лабораторий. – Москва : Стандартинформ, 2019. – 32 с

2. ГОСТ Р 51814.2–2001. Системы качества в автомобилестроении. Метод анализа видов и последствий потенциальных дефектов. – Москва : ИПК Издательство стандартов, 2001. – 17 с.

3. Горюнова С. М. Использование анализа видов и последствий потенциальных дефектов (FMEA) для разработки системы предупреждающих мероприятий испытательной лаборатории / С. М. Горюнова, А. Ф. Дресвянников, Н. Г. Николаева, Н. М. Урманчеева // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2006. – Т. 72, № 8. – С. 58–63.

4. Горюнова С. М. Применение методологии FMEA в практике испытательной лаборатории / С. М. Горюнова, А. Ф. Дресвянников, Н. Г. Николаева, А. Ф. Сахаутдинова // Методы оценки соответствия. – 2007. – № 4. – С. 24–29.

5. Солодков Е. И. Применение FMEA-анализа для улучшения процесса градуировки электронных весов / Е. И. Солодков, С. В. Пономарев и др. // Методы менеджмента качества. – 2004. – № 8. – С. 47–49.

6. Пономарев С. В. Управление качеством продукции. Инструменты и методы менеджмента качества : учебное пособие / С. В. Пономарев, С. В. Мищенко, В. Я. Белобрагин и др. – Москва : РИА «Стандарты и качество», 2005. – 248 с.

7. Пономарев С. В. Применение балльных квалиметрических шкал для оценки индикатора «возможности» улучшения в СМК / С. В. Пономарев, С. С. С. Аль-Бусаиди // Методы менеджмента качества. – 2016. – № 11. – С. 14–18.

8. Аль-Бусаиди С. С. С. Применение показателей исполнения деятельности при планировании и принятии управленческого решения об улучшении входного контроля сырья / С. С. С. Аль-Бусаиди, Т. И. Шакирова, С. В. Пономарев // Вестник ТГТУ. – 2018. – Т. 24, № 2. – С. 258–270.

9. Аль-Бусаиди С. С. С. К вопросу о формализации вербальных оценок, полученных экспертными методами, при подготовке к принятию решений в системе управления испытательной лабораторией / С.С.С. Аль-Бусаиди, С.В. Пономарев // Прикаспийский журнал: управление и высокие технологии. – 2018. – № 3 (43). – С. 59 – 69.

10. Ажмухамедов А. И. Модели и методы информационной поддержки управления социальной подсистемой организации на основе нечеткого когнитивного подхода : дис. … канд. техн. наук / А. И. Ажмухамедов. – Тамбов, 2017. – 159 с.

11. Cheng-Jian Lin. A Pseudo-Gaussian-Based Compensatory Neural System / Cheng-Jian Lin, Wen-Hao Ho // The IEEE International Conference on Fuzzy Systems. – 2003. – P. 214–219.

12. Samingun Handoyo. Generating of Fuzzy Rule Dases with Gaussian Parameters Optimized via Fuzzy C-Mean and Ordinary Least Square / Samingun Handoyo, Achmad Efendi // International Journal of Technology Measurement. – November 2019. – P. 1–8.

13. Kuo R. J. An Intuitionistic Fuzzy Neural Network with Gaussian Membership Function / R. J. Kuo, W. C. Cheng // Journal of Intelligent and Fuzzy Systems. – 2019. – № 36. – P. 6731–6741.

14. Dongrui Wu. Twelve Considerations in Choosing between Gaussian and Trapezoidal Membership Functions in Interval Type-2 Fuzzy Logic Controllers / Wu Dongrui // WCCI 2012 IEEE World Congress on Computational Intelligence. June, 10–15, 2012, Brisbane, Australia.

15. Зайдель А. Н. Ошибки измерений физических величин / А. Н. Зайдель. – Санкт-Петербург : Лань, 2009. – 112 с.

16. Кассандрова О. Н. Обработка результатов наблюдений / О. Н. Кассандрова, В. В. Лебедев. – Москва : Наука, 1970. – 104 с.

17. Мищенко С. В. История метрологии, стандартизации, сертификации и управления качеством : учебное пособие / С. В. Мищенко, С. В. Пономарев и др. – Тамбов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2004. – 112 с.

18. Byung-InChoi. IntervalType-2 Fuzzy MembershipFunctionGenerationMethodsfor Pattern Recognition / Byung-InChoi, FrankChung-HoonRhee // Information Sciences. – 2009. – № 179. – P. 2102–2122.

19. Swarup Medasani. An Overview of Membership Function Generation Techniques for Pattern Recognition / Swarup Medasani, Jaeseok Kim, Raghu Krishnapuram // International Journal of Approximate Reasoning. – 1998. – № 19. – P. 391–417.

20. Beliakov Gleb. Fuzzy Sets and Membership Functions Based on Probabilities / Gleb Beliakov // Information Sciences. – 1996. – № 91. – P. 95–111.

21. M. Reha Civanlar. Constructing Membership Function Using Statistical Data / M. Reha Civanlar, H. Joel Trussell // Fuzzy Sets and Systems. – 1986. – № 18. – P. 1–13.

22. Ping-Zong Lin. Robust Self-Organizing Fuzzy-Neural Control Using Asymmetric Gaussian Membership Function / Ping-Zong Lin, Tsu-Tian Lee // International Journal of Fuzzy Systems. – June 1978. – Vol. 9, № 2. – P. 77–86.

23. Andres L. Medaglia. An Efficient and Flexible Mechanism for Construction of Membership Functions / Andres L. Medaglia, Shu-Cherng Fang, Henry L.W. Nuttle, James R. Wilson // European Journal of Operational Research. – 2002. – № 139. – P. 84–95.

24. Вентцель Е. С. Теория вероятностей / Е. С. Вентцель. – Москва : Наука, 1969. – 576 с.

References

1. *GOST ISO/IEC 17025-2019. Obshchie trebovaniya k kompetentnosti ispytatelnykh i kalibrovochnykh laboratoriy* [General requirements for the competence of testing and calibration laboratories]. Moscow, Standartinform Publ. 2019. 32 p.

2. *GOST R 51814.2–2001 Sistemy kachestva v avtomobilestroenii. Metod analiza vidov i posledstviy potentsialnykh defektov* [Quality systems in the automotive industry. Method for analyzing the types and consequences of potential defects]. Moscow, IPK Izdatelstvo standartov Publ., 2001. 17 p.

3. Goryunova S. M., Dresvyannikov A. F., Nikolaeva N. G., Urmancheeva N. M. Ispolzovanie analiza vidov i posledstviy potentsialnykh defektov (FMEA) dlya razrabotki sistemy preduprezhdayushhikh meropriyatiy ispytatelnoy laboratorii [Using Potential Defect Type and Effect Analysis (FMEA) to develop a preventive system for a testing laboratory]. *Zavodskaya laboratoriya. Diagnostika materialov* [Factory laboratory. Diagnostics of materials], 2006, vol. 72, no. 8, pp. 58–63.

4. Goryunova S. M., Dresvyannikov A. F, Nikolaeva N. G., Sakhautdinova A. F. Primenenie metodologii FMEA v praktike ispytatelnoy laboratorii [Application of the FMEA methodology in the practice of a testing laboratory]. *Metody otsenki sootvetstviya* [Conformity assessment methods], 2007, no. 4, pp. 24–29.

5. Solodkov E. I., Ponomarev S. V. etc. Primenenie FMEA-analiza dlya uluchsheniya protsessa graduirovki elektronnykh vesov [Application of FMEA Analysis to Improve the Calibration Process for Electronic Balances]. *Metody menedzhmenta kachestva* [Quality management methods], 2004, no. 8, pp. 47–49.

6. Ponomarev S. V., Mishchenko S. V., Belobragin V. Ya. et al. *Upravlenie kachestvom produktsii. Instrumenty i metody menedzhmenta kachestva: uchebnoe posobie* [Product quality management. Quality Management Tools and Techniques: A Study Guide]. Moscow, RIA «Standarty i kachestvo» Publ., 2005. 248 p.

7. Ponomarev S. V., Al-Busaidi S. S. S. Primenenie ballnykh kvalimetricheskikh shkal dlya otsenki indikatora «vozmozhnosti» uluchsheniya v SMK [The use of point qualimetric scales to assess the indicator of "opportunities" for improvement in the QMS]. *Metody menedzhmenta kachestva* [Quality management methods], 2016, no. 11, pp. 14–18.

8. Al-Busaidi S. S. S., Shakirova T. I., Ponomarev S. V. Primenenie pokazateley ispolneniya deyatelnosti pri planirovanii i prinyatii upravlencheskogo resheniya ob uluchshenii vkhodnogo kontrolya syrya [Application of performance indicators in planning and making management decisions to improve incoming control of raw materials].

Vestnik Tambovskogo gosudarstvennogo universiteta [Transactions of the Tambov State Technical University], 2018, vol. 24, no. 2, pp. 258–270.

9. Al-Busaidi S. S. S., Ponomarev S. V. K voprosu o formalizatsii verbalnykh otsenok, poluchennykh ekspertnymi metodami, pri podgotovke k prinyatiyu resheniy v sisteme upravleniya ispytatelnoy laboratoriey [On the issue of formalizing verbal assessments obtained by expert methods in preparation for decision-making in the testing laboratory management system]. *Prikaspiyskiy zhurnal: upravlenie i vysokie tekhnologii* [Caspian Journal: Control and High Technologies], 2018, no. 3 (43), pp. 59–69.

10. Azhmukhamedov A. I. *Modeli i metody informatsionnoy podderzhki upravleniya sotsialnoy podsistemoy organizatsii na osnove nechetkogo kognitivnogo podkhoda* [Models and methods of information support for managing the social subsystem of an organization based on a fuzzy cognitive approach]. Tambov, 2017. 159 p.

11. Cheng-Jian Lin, Wen-Hao Ho. A Pseudo-Gaussian-Based Compensatory Neural System. *The IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, 2003, pp. 214–219.

12. Samingun Handoyo, Achmad Efendi. Generating of Fuzzy Rule Dases with Gaussian Parameters Optimized via Fuzzy C-Mean and Ordinary Least Square. *International Journal of Technology Measurement*, November 2019, pp. 1–8.

13. Kuo R. J., Cheng W. C. An Intuitionistic Fuzzy Neural Network with Gaussian Membership Function, *Journal of Intelligent and Fuzzy Systems*, 2019, no. 36, pp. 6731–6741.

14. Dongrui Wu. Twelve Considerations in Choosing between Gaussian and Trapezoidal Membership Functions in Interval Type-2 Fuzzy Logic Controllers. *WCCI 2012 IEEE World Congress on Computational Intelligence June, 10–15, 2012, Brisbane, Australia.*

15. Zaydel A. N. *Oshibki izmereniy fizicheskikh velichin* [Measurement errors of physical quantities]. Saint Petersburg, Lan Publ., 2009. 112 p.

16. Kassandrova O. N., Lebedev V. V. *Obrabotka rezultatov nablyudeniy* [Processing of observation results]. Moscow, Nauka Publ., 1970. 104 p.

17. Mishchenko S. V., Ponomarev S. V. etc. *Istoriya metrologii, standartizatsii, sertifikatsii i upravleniya kachestvom : uchebnoe posobie* [A History of Metrology, Standardization, Certification and Quality Management: A Study Guide]. Tambov, Publishing House of Tambov State Technical Universityty], 2004. 112 p.

18. Byung-In Choi, Frank Chung-Hoon Rhee. Interval Type-2 Fuzzy Membership Function Generation Methods for Pattern Recognition. *Information Sciences*, 2009, no. 179, pp. 2102–2122.

19. Swarup Medasani, Jaeseok Kim, Raghu Krishnapuram. An Overview of Membership Function Generation Techniques for Pattern Recognition. *International Journal of Approximate Reasoning*, 1998, no. 19, pp. 391–417.

20. Beliakov Gleb. Fuzzy Sets and Membership Functions Based on Probabilities. *Information Sciences*, 1996, no. 91, pp. 95–111.

21. M. Reha Civanlar, H. Joel Trussell. Constructing Membership Function Using Statistical Data. *Fuzzy Sets and Systems*, 1986, no. 18, pp. 1–13.

22. Ping-Zong Lin and Tsu-Tian Lee. Robust Self-Organizing Fuzzy-Neural Control Using Asymmetric Gaussian Membership Function. *International Journal of Fuzzy Systems*, June 1978, vol. 9, no. 2, pp. 77–86.

23. Andres L. Medaglia, Shu-Cherng Fang, Henry L. W. Nuttle, James R. Wilson. An Efficient and Flexible Mechanism for Construction of Membership Functions. *European Journal of Operational Research*, 2002, no. 139, pp. 84–95.

24. Ventsel E. S. *Teoriya veroyatnostey* [Probability theory]. Moscow, Nauka Publ., 1969. 576 p.