

3. Beketaeva A.O., Naymanova A.Zh. Chislennoe modelirovanie sverkhzvukovogo techeniya s poperechnym vduvom struy [Numerical modeling of a supersonic current with a cross vduv of streams] // Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika. [Applied mechanics and technical physics.] 2004. T.45, №3. S.72-80
4. Bim R.M., Uorming R.F. Neyavnaya faktorizovannaya raznostnaya skhema dlya uravneniy Nave-Stoksa techeniya szhimaemogo gaza [The implicit factored differential scheme for Navier-Stokes's equations of a current of the compressed gas] //Raketskaya tekhnika i kosmonavtika. [Rocketry and astronautics] 1978. T. 16, № 4. S.145-156.
5. Glagolev A.I., Zubkov A.I., Panov Yu.A. Obtekanie struynogo gazoobraznogo prepyatstviya na plastine sverkhzvukovym potokom [Flow of a jet gaseous obstacle in a plate supersonic stream] // Izvestiya AN SSSR. Mekhanika zhidkosti i gaza. [News of Academy of Sciences of the USSR. Mechanics of liquid and gas] 1967. № 3. S.97-102.
6. Glagolev A.I., Zubkov A.I., Panov Yu.A. Vzaimodeystvie strui gaza, vytekayushchey iz otverstiya v plastine, so sverkhzvukovym potokom [Interaction of the stream of gas following from an opening in a plate with a supersonic stream] // Izvestiya AN SSSR. Mekhanika zhidkosti i gaza [News of Academy of Sciences of the USSR. Mechanics of liquid and gas]. 1968. № 2. S.99-102.
7. Fletcher K. Vychislitelnye metody v dinamike zhidkosti. [Computing methods in dynamics of liquid] Moskva: Mir, 1991. -504 s.
8. Beresh, S. J., Henfling, J. F., Erven, R. J., and Spillers, R. W., Penetration of a Transverse Supersonic Jet into a Subsonic Compressible Crossflow, AIAA Journal, Vol. 43, No. 2, 2005, pp. 379–389
9. Chenault C.F., Beran P.S. Numerical Investigation of Supersonic Injection Using a Reynolds Stress Turbulence Model // AIAA Journal. 1999. Vol.37, № 10. R.1257-1269.
10. Dickmann, D.A. and Lu, F.K., "Jet in Supersonic Crossflow on a Flat Plate," AIAA-2006-3451, 2006.
11. Grasso F., Magi V., Simulation of Transverse Gas Injection in Turbulent Supersonic Air Flows // AIAA Journal. 1995. Vol.33, № 1. R.56-62.
12. Poinso T.J., Lele S.K. Boundary Conditions for Direct Simulation of Compressible Viscous Flows // Journal of Computational Physics. 1992. № 101. P.104-129.
13. Sun De-chaun, HU Chun-bo, CAI Ti-min Computation of Supersonic turbulent Flowfield with Transfer Injection // Applied Mathematics and Mechanics 2002. Vol. 23, №1.
14. Viti V., Neel R., Schetz J. Detailed Flow Physics of the Supersonic Jet Interaction Flow Field //Physics of Fluids. 2009. Vol. 21. April

УДК.: 514.763.53:519.633.2:539.378

### **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ ПЛАСТИН ПОД НАГРУЗКОЙ**

*Дуйшеналиев Туратбек Болотбекович*, доктор физико-математических наук, профессор, ректор, Кыргызский государственный технический университет им. И. Раззакова, 720044, Киргизская Республика, г. Бишкек, пр. Мира, 66, e-mail: rector@kstu.kg, duishenaliev@mail.ru

*Искендер Козубай*, преподаватель, Кыргызский государственный технический университет им. И. Раззакова, 720044, Киргизская Республика, г. Бишкек, пр. Мира, 66, e-mail: iskan-7@mail.ru, тел.: +996705194185

Исследования закономерностей деформирования конструкционных материалов (металлов и их сплавов) при сложном нагружении имеют принципиальное значение как с точки зрения фундаментальных основ теории упругости, так и в плане практических приложений, связанных с прочностными расчётами конструкций и аппаратов новой техники, подверженных воздействию нагрузок. Эти

задачи изучены ещё недостаточно полно. Аналитические решения для такого рода задач возможны только для отдельных (и достаточно простых) расчетных схем. Поэтому численное моделирование является важной составной частью исследований, как на стадии формулировки и изучения моделей деформирования сплошных сред, так и на стадиях анализа и расчётов на прочность конкретных конструктивных элементов и конструкционных материалов. В данной статье эти вопросы рассмотрены как в теоретическом плане, так и путем проведения необходимых расчетов в среде MATLAB. Результаты расчетов представлены в наглядной форме.

**Ключевые слова:** тензор Коши, тензор вращения, перемещение, деформированное состояние, кручение, изгиб, растяжение, сжатие, примеры расчетов, MATLAB

### **MATHEMATICAL MODELING OF THE BEHAVIOR OF PLATES UNDER LOAD**

*Duyshenaliev Turatbek B.*, D.Sc. (Physical and Mathematical), Professor, Rector, Kyrgyz State Technical University named after I. Razzakov, 66 Mira Ave., Bishkek, 720044, Kyrgyz Republic, e-mail: rector@kstu.kg, duishenaliev@mail.ru

*Iskender Kozubay*, Lecturer, Kyrgyz State Technical University named after I. Razzakov, 66 Mira Ave., Bishkek, 720044, Kyrgyz Republic, e-mail: iskan-7@mail.ru

Research the laws of deformation of structural materials (metals and alloys) under complex loading are essential both in terms of the fundamental principles of the theory of elasticity, and in terms of practical applications related to the strength calculations of structures and devices of new equipment exposed to loads. These tasks are still not fully understood. Analytical solutions for such problems are possible only for certain (and quite simple) design schemes. Therefore, numerical simulation is an important part of research at the stage of formulation and study of deformation models of continuous media, and at the stage of analysis and calculations on the strength of concrete structural elements and structural materials. In this paper, these issues are discussed in theoretical terms, and by carrying out the necessary calculations in MATLAB. The calculation results are presented in graphic form.

**Keywords:** Cauchy tensor, the tensor of rotation, displacement, deformation, twisting, bending, stretching, compression, calculation examples, MATLAB

**Введение.** Закономерности деформирования конструкционных материалов (в том числе металлов и их сплавов) при сложном нагружении, а также при сложной форме нагружаемых элементов, имеют как теоретическое значение, так и практическое.

При этом аналитические решения могут быть получены только для ограниченного количества расчетных схем и видов постановок задач. Поэтому, важное значение имеет разработка алгоритмов моделирования такого рода задач и их практическая реализация на ЭВМ; наглядное представление получаемых результатов.

Целью исследований, результаты которых приведены в настоящей статье, является разработка теоретических вопросов деформирования металлических изделий при сложном нагружении; демонстрация адекватности получаемых результатов с помощью их наглядного представления.

**Общая характеристика проблематики работы.** Если деформирование представляется в материальных координатах, то мерами деформации служат тензоры линейных и конечных деформаций, называемых, соответственно, тензорами Грина и Лагранжа [7]. В случае же, когда используются пространственные координаты, тензоры линейных и конечных деформаций носят название, соответственно, тензоров Коши и Альманси [8].

Перечисленные меры деформаций являются общепринятыми и приводятся (используются) во всех без исключения основных работах в области механики деформируемого те-

ла. Общеизвестным является и то положение, что тензор Коши описывает только малые деформации и не пригоден для конечных деформаций [6].

В данной статье показано, что тензор деформации Коши для таких металлов как алюминий, сталь и медь является объективной характеристикой деформированного состояния и при больших деформациях [2].

**Теоретические аспекты решения статических краевых задач.** В нетрадиционном подходе к решению статических краевых задач строго соблюдаются аксиомы равновесия. Приведем способ определения компонент перемещения по известным компонентам деформации.

Следуя Чезаро [3], допустим, что в области «V» заданы компоненты деформации  $\varepsilon_{ij}$ . Вектор относительного перемещения:

$$du_i = u_{i,j} dx_j \quad (1)$$

представим в виде:

$$du_i = u_{i,j} dx_j = (\varepsilon_{ij} + \omega_{ij}) dx_j, \quad (2)$$

где:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}), \quad \omega_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} - u_{j,i}).$$

Отметим, что величины  $\varepsilon_{ij}$  и  $\omega_{ij}$  связаны между собой соотношением:

$$\omega_{ij,k} = \varepsilon_{kij} - \varepsilon_{kji}. \quad (3)$$

Проинтегрируем (2) по какой-либо линии  $l$ , лежащей в области «V». Пусть  $x^0$  начальная точка линии, а  $x$  - произвольная ее точка. Тогда:

$$u_i(x) = u_i(x^0) + \int_{\lambda} \varepsilon_{ij}(y) dy_j + \int_{\lambda} \omega_{ij}(y) dy_j. \quad (4)$$

Интегрирование по частям для последнего интеграла в правой части этого выражения дает:

$$\int_{\lambda} \omega_{ij}(y) dy_j = \omega_{ij}(x^0) (x_j - x_j^0) + \int_{\lambda} (x_j - y_j) \omega_{ij,k}(y) dy_k. \quad (5)$$

Подставим (5) в предыдущее выражение, т.е. формулу (4) и, учитывая (3), представим выражение в виде:

$$u_i(x) = u_i(x^0) + \omega_{ij}(x^0) (x_j - x_j^0) + \int_{\lambda} (\varepsilon_{ik}(y) + (x_j - y_j) (\varepsilon_{kij}(y) - \varepsilon_{kji}(y))) dy_k. \quad (6)$$

где  $u_i(x^0)$ ,  $\omega_{ij}(x^0)$  - постоянные интегрирования. Им можно придать произвольные, в том числе и равные нулю, значения.

В некоторых случаях более удобно пользоваться не этой формулой, а ее преобразованным видом [3]. Для преобразования (6) к виду, в котором она будет содержать компоненты напряжения, воспользуемся следующим представлением обобщенного закона Гука:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{E} (-\nu \delta_{ij} \sigma_{kk} + (1 + \nu) \sigma_{ij}). \quad (7)$$

Отсюда легко определить:

$$\varepsilon_{k,ij} - \varepsilon_{k,ji} = -\frac{1}{E} (\nu (\delta_{ki} \sigma_{tt,j} - \delta_{kj} \sigma_{tt,i}) + (1 + \nu) (\sigma_{kij} - \sigma_{kji})). \quad (8)$$

Подставляя это в выражение (6), имеем:

$$u_i(x) = u_i(x^0) + \omega_{ij}(x^0) (x_j - x_j^0) + \frac{1}{E} \int_{\lambda} (-\nu \delta_{ik} \sigma_{tt} + (1 + \nu) \sigma_{ik} + (x_j - y_j) (-\nu (\delta_{ki} \sigma_{tt,j} - \delta_{kj} \sigma_{tt,i}) + (1 + \nu) (\sigma_{kij} - \sigma_{kji}))) dy_k. \quad (8)$$

В (8)  $u_i(x^0)$ ,  $\omega_{ij}(x^0)$ , также как и в (6), произвольные постоянные.

Для внутренних точек прямоугольной плиты найдем напряжения, деформации и создавшие их перемещения.

В [2] для рассматриваемой постановки статической краевой задачи приводится решение:

$$\sigma_{ij} = \delta_{i2} \delta_{j2} c x_3, \quad x_i \in V. \quad (9)$$

Функции перемещений можно определить, внося (9) в (8):

$$u_i = \frac{1}{E} \int_{\ell} c (-\nu \delta_{ik} x_3 + (1+\nu) \delta_{i2} \delta_{k2} x_3 + (x_j - y_j) (-\nu (\delta_{ki} \delta_{3j} - \delta_{kj} \delta_{3i}) + (1+\nu) \delta_{k2} (\delta_{i2} \delta_{3j} - \delta_{j2} \delta_{3i}))) dy_k, \quad x_i \in V.$$

Интегрируя это выражение, находим:

$$u_i(x) = -c (\delta_{i1} \nu x_3 (x_1 - x_1^0) - \delta_{i2} x_3 (x_2 - x_2^0) + \delta_{i3} (x_2^2 + \nu (x_3^2 - x_1^2) - x_2^0 (2x_2 - x_2^0) - \nu ((x_3^0)^2 - x_1^0 (2x_1 - x_1^0))) / 2) / E, \quad x_i \in V, \quad (10)$$

где  $x_i^0$  - любая фиксированная точка области «V».

Приведем развернутый вид функций (8):

$$u_1(x) = -c \nu x_3 (x_1 - x_1^0) / E, \quad x_i \in V$$

$$u_2(x) = c x_3 (x_2 - x_2^0) / E, \quad x_i \in V$$

$$u_3(x) = -c ((x_2^2 + \nu (x_3^2 - x_1^2) - x_2^0 (2x_2 - x_2^0) - \nu ((x_3^0)^2 - x_1^0 (2x_1 - x_1^0))) / (2E)), \quad x_i \in V.$$

Функции (10) удовлетворяют уравнениям равновесия в форме Навье.

Наконец, из поля перемещений (10) определим компоненты деформации и вращения

$$\varepsilon_{ij} = c x_3 (-\nu (\delta_{i1} \delta_{j1} + \delta_{i3} \delta_{j3}) + \delta_{i2} \delta_{j2}) / E, \quad x_i \in V \quad (11)$$

$$\omega_{ij} = -c (\nu (x_1 - x_1^0) (\delta_{i1} \delta_{3j} - \delta_{3i} \delta_{1j}) - (x_2 - x_2^0) (\delta_{2i} \delta_{3j} - \delta_{3i} \delta_{2j})) / E, \quad x_i \in V \quad (12)$$

По полученным здесь выражениям в любой точке находящегося в равновесии в области «V» тела можно определить компоненты напряжения, деформации и вращения. Особо отметим то, что во всех выражениях (9) – (12) используются координаты только области «V».

### Примеры расчетов напряженно- деформированного состояния конструкций

В декартовой системе координат, оси которой обозначим через  $x_1, x_2, x_3$ , деформируемое тело занимает область «V»:

$$2 \leq x_1 \leq 4; \quad \pi/6 \leq x_2 \leq \pi/3; \quad 2\pi/3 \leq x_3 \leq 5\pi/6$$

Используя формулы Чезаро [2], находим поле перемещений в виде

$$\begin{aligned} u_1(x_1, x_2, x_3) &= u_1(x_1^0, x_2^0, x_3^0) + \omega_{12}(x_1^0, x_2^0, x_3^0) (x_2 - x_2^0) + \\ &+ \omega_{13}(x_1^0, x_2^0, x_3^0) (x_3 - x_3^0) + c x_1 \sin x_2 \cos x_3 \\ u_2(x_1, x_2, x_3) &= u_2(x_1^0, x_2^0, x_3^0) + \omega_{21}(x_1^0, x_2^0, x_3^0) (x_1 - x_1^0) + \\ &+ \omega_{23}(x_1^0, x_2^0, x_3^0) (x_3 - x_3^0) + c x_1 \sin x_2 \sin x_3 \\ u_3(x_1, x_2, x_3) &= u_3(x_1^0, x_2^0, x_3^0) + \omega_{31}(x_1^0, x_2^0, x_3^0) (x_1 - x_1^0) + \\ &+ \omega_{32}(x_1^0, x_2^0, x_3^0) (x_2 - x_2^0) + c x_1 \cos x_2, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $x_i^0$ ,  $x_2^0$ ,  $x_3^0$  координаты начальной точки линии интегрирования.

В качестве  $x_1^0$ ,  $x_2^0$ ,  $x_3^0$  можно использовать координаты любой точки области «V».

Величины  $u_1(x_1^0, x_2^0, x_3^0)$ ,  $u_2(x_1^0, x_2^0, x_3^0)$ ,  $u_3(x_1^0, x_2^0, x_3^0)$  постоянные интегрирования, соответствующие параллельному переносу тела при наличии соответствующих нагрузок.

На рисунке 1 область «V» до приложения деформирующих сил (т.е. в начальном состоянии) показана слева. Справа представлено преобразование (кручение) области «V», соответствующее нагрузке  $c = 0.28$  ГПа.

В качестве объектов моделирования в данной статье рассматриваются пластины из таких материалов: сталь 35ХМЛ (215 ГПа), медь МЗр (E=110 ГПа), алюминий А995 (E=70 ГПа).

Необходимые расчеты были выполнены в среде MATLAB [5].

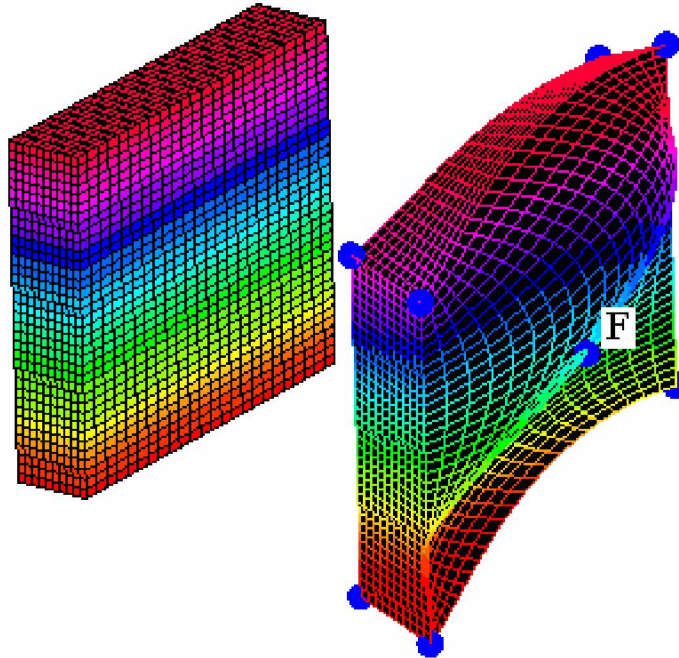


Рис. 1. Наглядное представление результатов компьютерного моделирования влияния крутящего момента на толстую пластину из стали

На рис.1 синей точкой «F» показано максимальное перемещение исследуемого (моделируемого) объекта - это точка с координатами

$$x1=1.5120e+001\text{мм}; x2=1.5708e+000\text{мм} \quad x3=3.1416e+000\text{мм}$$

Здесь и далее использована «экспоненциальная форма записи» для чисел, которая удобна в случае необходимости представления малых величин.

Тензор деформации для точки F:

$$\varepsilon_{i,j} = \begin{pmatrix} -2.1875e-001 & -8.5781e+000 & -8.5781e+000 \\ -8.5781e+000 & 0 & -1.1113e+000 \\ -8.5781e+000 & -1.1113e+000 & 0 \end{pmatrix}$$

Тензор напряжений для этой точки:

$$\sigma_{i,j} = \begin{pmatrix} -2.8000e-001 & -1.7145e-017 & -6.0008e-017 \\ -1.7145e-017 & 8.3987e-033 & -1.1200e+000 \\ -6.0008e-017 & -1.1200e+000 & 0 \end{pmatrix}$$

Тензор вращения для этой точки:

$$\omega_{i,j} = \begin{pmatrix} 0 & 8.5781e+000 & 8.5781e+000 \\ -8.5781e+000 & 0 & 4.0750e-003 \\ -8.5781e+000 & -4.0750e-003 & 0 \end{pmatrix}$$

Нормальные напряжения:

$$\sigma_x = -2.8000e-001\text{МПа}$$

$$\sigma_y = 8.3987e-033\text{ МПа}$$

$$\sigma_z = 0$$

Касательные напряжения:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}, \tau_{yz} = \tau_{zy}, \tau_{zx} = \tau_{xz}$$

$$\tau_{xy} = -1.7145e-017 \text{ МПа}, \tau_{xz} = -6.0008e-017 \text{ МПа}, \tau_{yz} = -1.1200e+000 \text{ МПа}$$

Перемещение:

$$u_x = -1.1120e+001 \text{ мм}, u_y = 1.3716e-016 \text{ мм}, u_z = 6.8580e-017 \text{ мм}$$

**Результаты применения разработанного метода к различным металлическим конструкциям.** Теперь рассмотрим применение метода к конкретным конструкциям из стали, меди и алюминия. Результаты расчетов напряженно- деформированного состояния конструкций (с теми же размерами для прямоугольной пластины, которые использовались ранее) показаны в таблицах 1,2,3 (марки материалов указаны в заголовках таблиц).

Таблица 1

**Результаты для стали 35ХМЛ**

$\sigma_x$	0	4.7619e-003	9.5238e-003	1.4286e-002	1.9048e-002	2.3810e-002	2.8571e-002	3.3333e-002
$\varepsilon_x$	0	4.7393e-003	9.4340e-003	1.4085e-002	1.8692e-002	2.3256e-002	2.7778e-002	3.2258e-002
c	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07

Таблица 2

**Результаты для меди МЗр**

$\sigma_x$	0	9.0909e-003	1.8182e-002	2.7273e-002	3.6364e-002	4.5455e-002	5.4545e-002	6.3636e-002
$\varepsilon_x$	0	9.0090e-003	1.7857e-002	2.6549e-002	3.5088e-002	4.3478e-002	5.1724e-002	5.9829e-002
c	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07

Таблица 3

**Результаты для алюминия А995**

$\sigma_x$	0	-1.4085e-002	-2.8169e-002	-4.2254e-002	-5.6338e-002	-7.0423e-002	-8.4507e-002	-9.8592e-002
$\varepsilon_x$	-1.3889e-002	-1.3889e-002	-2.7397e-002	-4.0541e-002	-5.3333e-002	-6.5789e-002	-7.7922e-002	-8.9744e-002
c	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07

Сопоставление результатов расчетов для разных материалов приведено на рисунке 2.

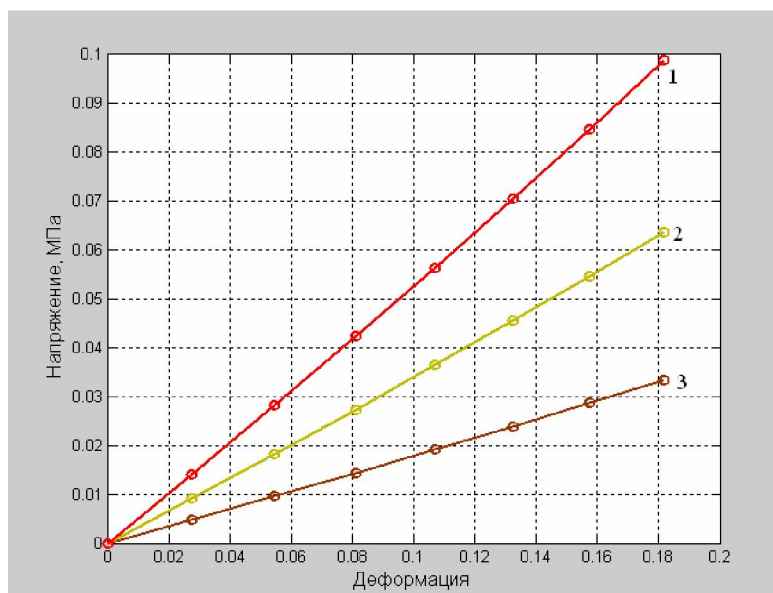


Рис. 2. График напряженно- деформированного состояния  $\sigma_x = f(\varepsilon_x)$  (1-Алюминий, 2- Медь, 3-Сталь) для точки «F».

В наглядном виде напряженно- деформированное состояние конструкций (пластин) под нагрузкой показано на рисунках 3, 4, 5. Синей точкой «F» как и ранее показано максимальное перемещение

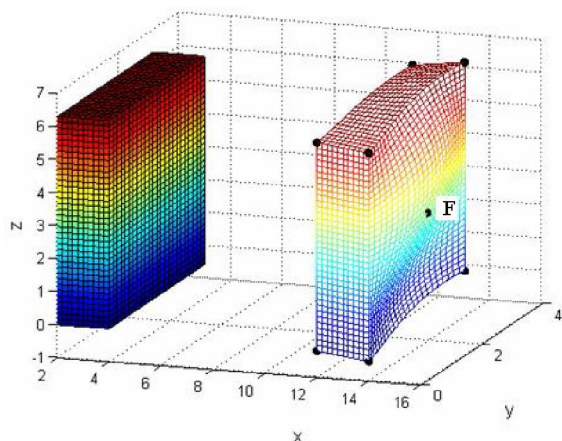


Рис. 3. Результаты для стали.  
 Слева начальное состояние.  
 Справа кручение при  $\sigma = 0.5$  ГПа

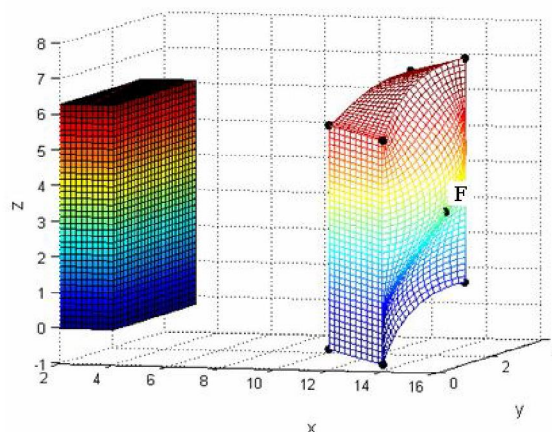


Рис. 4. Кручение меди при  $\sigma = 0.5$  ГПа.  
 Слева начальное состояние

В дальнейшем целесообразно сопоставление результатов вычислительных экспериментов с лабораторными опытами для тех же материалов. При этом для оценки фактических перемещений поверхностей образцов (в том числе и в динамике) могут быть использованы как контактные датчики (включая акселерометрические), так и оптические измерения. Для

оценки очень малых перемещений образцов может быть целесообразным применение «лазерных автодинов» [10].

Итак, сделаем **выводы**.

1. Вычислительные эксперименты, связанные с моделированием изменения формы образцов (кручения) при нагрузках могут использоваться для изучения поведения изделий при больших деформациях.

2. Показано, что тензор деформации Коши, считающимся пригодным только для малых деформаций, на самом деле является полноценной характеристикой деформированного состояния при любых величинах деформаций. Это, является важным результатом, имеющим большое значение для теории деформирования материалов.

3. Возможности пакета MATLAB являются вполне достаточными для выполнения всех расчетов, необходимых по теме статьи; представления результатов в наглядной форме.

4. В практическом плане предлагаемые методы могут быть полезны для статических деформационных расчетов различных изделий из металлов, в т.ч. имеющих форму, более сложную чем та, которая рассмотрена в данной статье.

#### **Библиографический список**

1. Гольденвейзер А.Л. Теория упругих тонких оболочек. – М. «Наука». 1976. 512 с.
2. Дуйшеналиев Т.Б. О постановке и решении статической краевой задачи // // Наука и новые технологии, -№5., Бишкек 2001. с. 116-120
3. Жакыпбек А.Б., Дуйшеналиев Т.Б.. Новое воззрение на некоторые основы механики деформируемого тела. Бишкек, Илим, 1999, С 110
4. Доннел Л.Г. Балки, пластины и оболочки. – М.: «Наука». 1982. 567 с.
5. Дьяконов В.П. MATLAB 6. Учебный курс. – СПб.: Питер, 2001. С. 158-165.
6. Корнишин М.С., Исанбаева Ф.С. Гибкие пластины и панели. М.: Наука, 1968
7. Огибалов П.М., Колтунов М.А. Оболочки и пластины. М.: Издательство МГУ, 1969
8. Погорелов В.И. Строительная механика тонкостенных конструкций. Санкт-Петербург.:Изд-во БХВ-Петербург, 2007
9. Тимошенко С.П. Курс теории упругости. – Киев. Издательство «Наукова думка». 1972. 507 с.
10. Усанов Д.А., Скрипаль А.В., Усанова Т.Б., Добдин С. Ю., Астахов Е. И. Методы анализа автодинного сигнала при измерении внутриглазного давления //Прикаспийский журнал: управление и высокие технологии - №4-2014-с.204-212

#### **References**

1. Goldenveizer A.L. The theory of thin elastic shells. - M.: Science, 1976. 512 p.
2. Duishenaliev T.B. On the formulation and solution of the static boundary problem // Science and New Technologies, -№5, Bishkek, 2001, p. 116-120.
3. Zhakypbek A.B. Duishenaliev T.B. A new view on some of the basics of solid mechanics. Bishkek: Ilim, 1999, pp 110.
4. Donnell L.G. Beams, plates and shells. - M.: Science, 1982. 567 p.
5. Dyakonov V.P. MATLAB 6. Course. – St. Petersburg: Peter, 2001, pp 158-165.
6. Kornishin M.S., Isanbaeva F.S. Flexible plates and panels. M.: Nauka, 1968.
7. Ogibalov P.M., Koltunov M.A. Shells and plates. M.: Publishing house of the Moscow State University, 1969.
8. Pogorelov V.I. Structural Mechanics of thin-walled structures. St. Petersburg. Univ BHV-Petersburg, 2007.
9. Timoshenko S.P. The course of the theory of elasticity. - Kiev. Publishing house «Naukova Dumka». 1972, 507 p.
10. Usanov D.A. Skripal A.V. Usanova T.B., Dobdin S.Y., Astakhov E.I. Methods autodyne signal analysis in measuring intraocular pressure // Caspian journal: management and high technology - №4-2014-s.204-212