

3. Максимальный поток через коммутационный узел «а» равен $\min(v_1, v_2, \frac{1}{2} v_3)$, т.е. $\min(6, 7, 5)$, а именно 5.

Ответ: Максимальный поток через коммутационный узел «а» равен 5.

Таким образом, решение поставленной задачи сводится к итерационному процессу. Данный алгоритм может работать длительное время из-за использования метода Форда-Фалкерсона для нахождения максимального потока в однопродуктовой сети, так как данный метод напрямую зависит от пропускной способности ветвей графа. В качестве альтернативы можно использовать алгоритм Эдмондса – Карпа.

Нами был разобран алгоритм нахождения максимального потока по шагам, а также приведен пример решения задачи с помощью данного алгоритма.

Список литературы

1. Кормен Т. Х. Алгоритмы: построение и анализ / Т. Х. Кормен, Ч. И. Лейзерсон, Р. Л. Ривест, К. Штайн. – 2-е изд. – Москва : Вильямс, 2006. – С. 1296. – ISBN 0-07-013151-1.
2. Левитин А. В. Алгоритмы: введение в разработку и анализ / А. В. Левитин. – Москва : Вильямс, 2006. – С. 189–195. – ISBN 0-201-74395-7.
3. Филлипс Д. Методы анализа сетей : пер. с англ. / Д. Филлипс, А. Гарсиа-Диас. – Москва : Мир, 1984. – 496 с.

References

1. Kormen T. Kh., Leyzerson Ch. I., Rivest R. L., Shtayn K. *Algoritmy: postroenie i analiz* [Algorithms: construction and analysis]. Moscow, Williams, 2006, p. 1296, ISBN 0-07-013151-1.
2. Levitin A. V. *Algoritmy: vvedenie v razrabotku i analiz* [Algorithms: introduction to the design and analysis]. Moscow, Williams, 2006, pp. 189–195, ISBN 0-201-74395-7.
3. Phillips D., Garsia-Dias A. *Metody analiza setey* [Methods of network analysis], Moscow, Mir. 496 p.

УДК 519.24 + 681.3

ОДНО- И МНОГОМЕРНЫЕ ВРЕМЕННЫЕ РЯДЫ: АНАЛИЗ ВОЗМОЖНЫХ МЕТОДОВ ОПТИМИЗАЦИИ ОТСЧЕТОВ И ОЦЕНКИ ХАРАКТЕРИСТИК

Брумштейн Юрий Моисеевич, кандидат технических наук, Астраханский государственный университет, 414056, Российская Федерация, г. Астрахань, ул. Татищева, 20а, e-mail: brum2003@mail.ru, maivam@rambler.ru

Иванова Мария Владимировна, аспирант, Астраханский государственный университет, 414056, Российская Федерация, г. Астрахань, ул. Татищева, 20а, e-mail: gum2003@mail.ru, maivam@rambler.ru

Обоснована актуальность рассмотрения тематики, связанной с одномерными и многомерными временными рядами. Для одномерных временных рядов представлены их возможные классификации. Особое внимание уделено моделям оптимального выбора дискретности отсчетов по времени для равномерных временных рядов. Для квазиравномерных рядов рассмотрены возможные показатели, описывающие их отличия от равномерных. Проанализированы вопросы точности данных в одномерных временных рядах, предложены модели оптимального выбора точности при фиксированном шаге по времени между отсчетами. Проанализированы модели совместного выбора шага по времени и точности для равномерных временных рядов. Рассмотрены подходы к выбору переменного шага по времени в случае переменной во времени скорости изменения параметра, описываемого временным рядом. Описаны традиционные подходы к анализу одномерных временных рядов на основе выделения тренда, периодической компоненты, случайных остатков. Показаны варианты обобщения этих

подходов в случае неравной точности отсчетов. Проанализированы современные подходы на основе спектральных характеристик временных рядов, в том числе методов, относящихся к вейвлет-анализу. Рассмотрены варианты использования методов типа «скользящего окна» для сглаживания данных во временных рядах, а также «окон» с динамически изменяющейся шириной. Описаны примеры многомерных временных рядов для различных сфер человеческой деятельности, рассмотрены варианты взаимосвязей между такими рядами. Для таких рядов рассмотрены существующие подходы к оценкам их «связанности», предложены некоторые модификации известных методов. Особое внимание уделено вопросам оценки «запаздывания-опережения» временных рядов. Сделаны выводы в отношении перспективных направлений анализа и прогнозирования для многомерных временных рядов.

Ключевые слова: временные ряды, одномерные, многомерные, методы анализа, методы прогноза, оптимизация отсчетов, неравноточные измерения, динамическое управление, численные методы

SINGLE- AND MULTI-DIMENSIONAL TIME SERIES: AN ANALYSIS OF POSSIBLE METHODS FOR OPTIMIZING READOUT AND CHARACTERISTIC ESTIMATION

Brumshiteyn Yuriy M., Ph.D. (Engineering), Astrakhan State University, 20a Tatishchev St., Astrakhan, 414056, Russian Federation, e-mail: brum2003@mail.ru, maivam@rambler.ru

Ivanova Mariya V., post-graduate student, Astrakhan State University, 20a Tatishchev St., Astrakhan, 414056, Russian Federation, e-mail: brum2003@mail.ru, maivam@rambler.ru

The article provides an analysis of possible methods for optimizing the readout and estimation of characteristics for the single- and multi-dimensional time series. It presents a series of possible classifications for the one-dimensional time series, paying special attention to models portraying an optimal choice of step-type behaviour for readout time. For the multi-dimensional series, the paper considers various possible indicators. Questions of data accuracy are analyzed for the single-dimensional time series, with models provided offering an optimum choice of accuracy at a fixed time step between readouts. The critique also analyzes joint choice models offering a step-on time and accuracy for the single-dimensional time series. Subsequently, the document considers different approaches to the selection of a variable time step in case of a change in the parameter's speed for the series. In so doing, the commentary describes traditional approaches to the analysis of the single-dimensional time series on the basis of allocation of a trend, periodic components and casual rest points. Moreover, it shows variants of generalization of these approaches in case of unequal readout accuracy. The analysis also covers modern approaches on the basis of spectral characteristics of time numbers, including methods concerning the veivlet-analysis. Variants of other methods, such as the 'sliding window-type' are considered in order to smooth out the time-number data. The blueprint also gives examples from the multi-dimensional time series for various spheres of human activity. For such numbers, it considers approaches such as the interrelation between such numbers in order to estimate their 'coherence.' The study then proposes some modifications to known methods. Special attention is given to questions of estimating 'delay-advancing' for the time series. In conclusion, the research work suggests perspective analytical directions and methods related to forecasting procedures for the multi-dimensional time series.

Keywords: time series, one-dimensional, multi-dimensional, analysis methods, forecast methods, optimization of readout, unequal accuracy measurements, dynamic management, numerical methods

Успешность социально-экономического развития страны, отдельных регионов и организаций во многом определяются эффективностью методов анализа информации, объективностью и точностью выполнения прогнозов, адекватностью принимаемых управленческих, инженерно-технических и иных видов решений. Получение и накопление данных в виде временных рядов (ВР), их обработка очень важны для обеспечения информационно-аналитической поддержки принятия решений, в том числе на основе прогнозов. Большинство публикаций посвящено методам исследования и прогнозирования для одномерных ВР

(ОВР). Также для ОВР используются термины «автономные, одиночные ВР». Аналогичные вопросы для многомерных ВР (МВР) [12] остаются менее разработанными. В данной работе исследования выполнены по двум направлениям: оптимизация выполнения отсчетов для ОВР и МВР (по времени, точности, а также по сочетаниям этих параметров); актуальные вопросы анализа и прогнозирования на основе ОВР и МВР. Авторы считают эти вопросы взаимосвязанными, поэтому они анализируются в рамках одной работы.

Остановимся сначала на ОВР. В общем случае такие ряды представляют собой совокупности числовых значений, относящихся к дискретным моментам времени [7, с. 9], причем каждому моменту времени соответствует лишь один отсчет во ВР. Это могут быть: числовые отсчеты, полученные в рамках лабораторных экспериментов; результаты мониторинга различных процессов – например, в сфере медобслуживания пациентов; данные, полученные в результате анкетирования при социологических и иных исследованиях; результаты имитационного моделирования стохастических процессов, развертывающихся во времени [1, с. 9] и пр.

К ОВР могут быть приведены и отсчеты, относящиеся к интервалам по времени. Для этой цели проще всего использовать средние арифметические по всем значениям, попадающим в соответствующие интервалы (количества отсчетов в интервалах могут быть различными). Однако при неравномерном расположении точек по времени в пределах интервала более объективны «среднеинтегральные» значения. Их можно получить методами численного интегрирования: трапеций, прямоугольников, Симпсона (метод парабол) [5].

Классификацию ОВР можно разделить на две группы – равномерные и неравномерные по времени ВР [9, с. 8]. К неравномерным ВР, в частности, следует отнести данные с «пропусками значений» [9, с. 10]. Для таких рядов с целью обеспечения удобства обработки могут применяться процедуры «восстановления» пропущенных значений в ОВР [2, с. 48].

Для равномерных ОВР первой важной характеристикой является дискретность отсчетов, определяемая величиной промежутков времени между данными, представленными во ВР. Низкая дискретность может приводить к значительным потерям информации, прежде всего в отношении высокочастотных составляющих (этот подход может быть использован и в качестве «частотного фильтра»). Чрезмерно высокая дискретность может не только неоправданно увеличивать стоимость получения и хранения данных, но иногда и затруднять их обработку (например, пакеты статистического анализа могут иметь ограничения на общие размеры исходных данных). Задача определения оптимальной частоты дискретизации на практике решается на основе следующих подходов: в соответствии с нормативными документами; интуитивно; на основе предшествующего опыта; по аналогии с материалами, отраженными в литературных публикациях (рекомендациях) и пр. Формально модель выбора оптимального промежутка по времени между двумя отсчетами (D_1) при некоторой фиксированной (базовой) точности отсчетов ($A = A^{(f)}$) может быть представлена как

$$D_1^{(\max)} = \max_{\Delta t, A=A^{(f)}} \{D_1 = E^+(\Delta t) - E^-(\Delta t) - Z(\Delta t)\}, \quad (1)$$

где Δt – величина промежутка по времени между отсчетами; $E^+(\Delta t)$ – функция, описывающая зависимость суммы «положительных эффектов» от Δt (обычно при увеличении Δt эта функция монотонно стремится к нулю, а при уменьшении – «выходит в насыщение»); $E^-(\Delta t)$ – функция, описывающая величины отрицательных эффектов, в том числе связанных с обоснованностью и рисками принимаемых решений (с ростом Δt эта функция обычно увеличивается); $Z(\Delta t)$ – функция, описывающая суммарные затраты на получение

и обработку информации (чем меньше Δt , тем эта функция больше, причем зависимость обычно нелинейная). Можно считать, что (1) определяет единственный максимум для вариантов непрерывного и дискретного изменения Δt .

Примем для определенности, что Δt могут меняться дискретно, а оценки суммарных величин положительных и отрицательных эффектов, затрат в зависимости от Δt носят вероятностный характер – с известными законами распределения. Тогда для модели выбора оптимального Δt по (1)

$$E^+(\Delta t) = \sum_{i=1}^{I_k^{(1)}} P_{k,i}^{(1)} E_{k,i}^+; \quad E^-(\Delta t) = \sum_{i=1}^{I_k^{(2)}} P_{k,i}^{(2)} E_{k,i}^-; \quad Z(\Delta t) = \sum_{i=1}^{I_k^{(3)}} P_{k,i}^{(3)} Z_{k,i}, \quad (2)$$

где k – индекс, соответствующий конкретному значению Δt ; величины $I_k^{(1)}, I_k^{(2)}, I_k^{(3)}$ в общем случае отличаются друг от друга и зависят от индекса « k »; наборы величин $\{P_{k,i}^{(1)}\}_{i=1 \dots I_k^{(1)}}, \{P_{k,i}^{(2)}\}_{i=1 \dots I_k^{(2)}}, \{P_{k,i}^{(3)}\}_{i=1 \dots I_k^{(3)}}$ задают распределения величин вероятностей (их суммы равны единицам); $\{E_{k,i}^+\}_{i=1 \dots I_k^{(1)}}, \{E_{k,i}^-\}_{i=1 \dots I_k^{(2)}}, \{Z_{k,i}\}_{i=1 \dots I_k^{(3)}}$ – соответствующие им величины положительных и отрицательных эффектов, затрат.

В случае квазиравномерных ОВР Δt может несколько варьировать (характерен вариант незакономерного изменения Δt «вокруг» средних величин). Степень такой изменчивости может быть оценена на основе коэффициента вариации (C_V) [8, с. 79]:

$$C_V = 100 * (\sigma / \bar{\Delta t})\%, \quad (3)$$

где $\bar{\Delta t}$ – среднее значение Δt между отсчетами в ОВР; σ – среднее квадратическое отклонение значений Δt от $\bar{\Delta t}$ [8, с. 65]:

$$\sigma = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n (\Delta t_i - \bar{\Delta t})^2 \right) / (n-1)}, \quad (4)$$

где n – общее число членов ряда в ОВР. При необходимости дополнительно могут быть использованы такие параметры: размах вариации в виде совокупности минимального (Δt_{\min}) и максимального (Δt_{\max}) значений [8, с. 64]; коэффициенты асимметрии [8, с. 122] и эксцесса [8, с. 125]. В качестве критерия отнесения ОВР к квазиравномерному целесообразно использовать сочетание двух условий:

$$C_V \leq C_V^*; \quad (\Delta t_{\max} - \Delta t_{\min}) \leq \Delta t^*, \quad (5)$$

где C_V^* и Δt^* – задаваемые значения.

Вторая важная характеристика равномерных/квазиравномерных ОВР – точность отдельных отсчетов, которая обычно оценивается в абсолютных или относительных величинах. Иногда важны также средние оценки для точности – по ВР в целом или отдельным «отрезкам» по времени. На практике средние оценки точности нередко распространяют на все

значения в ОВР.

В отношении выбора точности отсчетов (A) при фиксированном $\Delta t = \Delta t^{(f)}$ может быть построена модель оптимального выбора по типу (1). При этом для величин « A » возможно как непрерывное изменение, так и дискретное. Затраты на обеспечение точности могут быть связаны не только с трудозатратами, но и расходом средств на приобретение оборудования, проведение экспедиций и пр.

Задачи оптимального определения дискретности отсчетов (величины $\Delta t = \Delta t$) и точности их значений (A) могут быть взаимосвязанными – особенно если они имеют общий источник расходов на получение/обработку результатов и/или общий бюджет времени. Приведем примеры. Точность (объективность, репрезентативность) результатов периодических анкетирований населения значительно зависит от объемов выборок (числа проанкетированных лиц). Если трудоемкость сбора и обработки одной анкеты считать фиксированной, то возникает задача выбора Δt , обеспечивающего репрезентативность выборки не хуже заданной.

Другой пример – исследование проб фитопланктона [6, с. 80], зоопланктона, бентоса [6, с. 104], собранных с заданной периодичностью в Каспийском море. В рамках таких исследований определяются численности и биомассы организмов, причем это может выполняться с различной «глубиной»: для классов организмов; для «родов»; для «видов». Второй и, особенно, третий варианты значительно более информативны. Однако они и более трудоемкие, так как требуют ручного «разбора» организмов, в том числе и с использованием микроскопа. На практике именно трудоемкость обработки таких биопроб обычно «лимитирует» частоту (периодичность) их сбора.

Модель оптимального совместного выбора Δt и точности отсчетов (A) для равномерного ОВР в общем виде можно представить, например, как

$$D_{\Delta t, A}^{(\max)} = \max_{\Delta t, A} \{F_1(\Delta t) + F_2(A) + F_3(\Delta t, A)\}, \quad (6)$$

где F_1, F_2, F_3 – некоторые функции, причем F_3 описывает эффекты «взаимодействия» параметров Δt и « A ». Иногда допустима линеаризация (6) путем удаления последнего (третьего) слагаемого. Виды функций F_1, F_2, F_3 и значения коэффициентов в них могут определяться различно: на основе имеющегося опыта; экспертно и пр.

В ряде случаев целесообразно специально планировать неравномерные по времени ОВР – например, когда скорость изменения данных со временем меняется. Тогда, если общее количество отсчетов для ВР фиксировано, то оптимальное распределение точек отсчетов по времени целесообразно задавать исходя из ожидаемых скоростей изменения измеряемого параметра на заданном промежутке времени « T », т.е.

$$T = t_I - t_1; \quad \left\{ \Delta t_i = t_{i+1} - t_i = (1/(V_i + \lambda)) / \sum_{j=1}^{I-1} (1/(V_j + \lambda)) \right\}_{i=1 \dots I}, \quad (7)$$

где I – общее (фиксированное) количество точек отсчетов; V_i – оценка ожидаемой скорости изменения параметра для интервала Δt_i ; λ – коэффициент, ограничивающий максимальное значение шага по времени. Понятно, что использование (7) предполагается без учета для $\{V_i\}_{i=1 \dots I}$ коротковолновых гармоник, которые обычно представляют «шум».

Возможно и динамическое (по ходу получения данных) управление изменением Δt_i в ОВР по

$$\{\Delta t_i = t_{i+1} - t_i = 1/(V_i + \gamma)\}_{i=1...I}, \quad (8)$$

где γ – коэффициент, ограничивающий величину шага по времени в случае, когда $V_i \approx 0$, т.е. $\Delta t_i \leq (1/\gamma)$. При использовании (8) количество отсчетов будет заранее неизвестным, но не менее « $T/(1/\gamma)$ »; необходима какая-то процедура исключения влияния коротковолновых гармоник (если они есть).

В общем случае в процессе получения данных для ОВР могут динамически меняться не только Δt_i , но и точности отсчетов, при этом точности в общем случае могут быть разными. Для этих случаев модели оптимального выбора сочетаний $\{\Delta t_i; A_i\}_{i=1...I-1}$ требуют отдельного рассмотрения.

Рассмотрим кратко методы предварительной обработки уже полученных ОВР, которые выполняются для удаления «экспериментальных шумов». Они могут включать в себя: удаление постоянной составляющей из ВР; сглаживание (обычно – для удаления высокочастотных составляющих [7, 14]); непропорциональное «усиление» или «ослабление» значений параметра; разложение сигналов на главные компоненты [4], удаление некоторых из них и «сложение» оставшихся компонент [10, с. 29] и пр.

Постоянную составляющую ОВР можно удалить, например, так: определить минимальное положительное значение во ВР; вычесть эту величину из всех значений ВР. Полученные «исправленные значения» (ИЗ) будут больше или равны нулю. Иногда может быть удобнее работать со знакопеременным рядом. Тогда дополнительно: определить среднее арифметическое ИЗ; вычесть его из всех ИЗ. В этом случае при наглядном представлении ВР на диаграмме (графике) «уровень», соответствующий горизонтальной оси, будет ненулевым.

Для биомедицинских приложений (например, анализа электрокардиограмм, электроэнцефалограмм, электромиограмм и пр.) и некоторых других важной задачей может быть выделение и удаление 50-герцовой составляющей, представляющей собой наводку от сети питания [10, с. 25].

Для сглаживания временных рядов традиционно используются методы на основе «скользящего окна» [14] с фиксированным размером. При этом для отсчетов, попадающих в окно, могут использоваться схемы усреднения с различными весовыми коэффициентами [9, 14] для отсчетов. Возможность динамического выбора таких весовых схем (например, в зависимости от совокупности расчетных величин V_i , попадающих внутрь окна) нуждается в отдельном рассмотрении.

Для неравномерных отсчетов по времени могут быть эффективными схемы динамического управления шириной «скользящего окна» (например, исходя из количества точек в окне не меньше заданного).

Переходим к методам анализа и прогнозирования данных на основе ОВР. В основе подходов, используемых в эконометрике и ряде других областей [13], лежит следующий алгоритм: выделение тренда по времени; исключение тренда из ВР; выделение периодической составляющей в ряду с исключенным трендом; исключение периодической составляющей; анализ остатков. Тренды обычно представляются регрессионными уравнениями (РУ), причем чаще всего это полиномы 2–3 степени [13] или иные простые зависимости, которые предусмотрены в пакетах статистического анализа, электронных таблицах и пр. (более сложные зависимости помимо прочего трудно содержательно интерпретировать). Выбор оптимального вида зависимости для тренда обычно осуществляется по минимальному зна-

чению R^2 , однако для полиномов их максимальную степень необходимо принудительно ограничивать (если не используются процедуры «пошаговой регрессии»).

При получении РУ обычно предполагается равная точность всех значений, что позволяет использовать обычный метод наименьших квадратов (МНК) [5]. Однако при «неравноточности» данных в ОВР целесообразен переход к обобщенному МНК [3, с. 15]. В случае сложных РУ для вычисления коэффициентов в них могут быть полезны программные средства оптимизации, например «поиск решения» в MsExcel. Однако при этом не гарантируется, что найденный экстремум является «глобальным», а не локальным. Заметим, что алгоритмы построения РУ обычно не зависят от равномерности или неравномерности ОВР по времени.

Как правило, РУ строится для всего имеющегося интервала по времени (T). Однако если для отдельных периодов времени тенденции носят различный характер, то может быть целесообразным «кусочное» построение РУ. При этом значения функции, полученные по РУ для разных периодов на их границах, будут не совпадать; выбор таких периодов может носить неоднозначный характер.

Типичным подходом к выявлению периодических составляющих в равномерных ОВР является расчет значений «автокорреляций» при изменяющихся величинах временных сдвигов [1, 2, 9]. В рамках анализа ОВР гармоническая составляющая чаще всего выделяется только одна [9]. В более сложных алгоритмах могут последовательно выделяться две или больше периодических составляющих – с уменьшающимися по величине амплитудами.

С развитием программных средств все большее распространение получают методы спектрального анализа ОВР, в том числе с представлением результатов в виде дискретного спектра, вейвлет-диаграмм [10] и пр. Для выделения усредненных совокупностей значений параметра по всем периодам может быть использован метод «синхронной фильтрации», который достаточно прост в отношении программной реализации.

Если для отдельных периодов по времени характерны различные процессы, то спектральный анализ для них целесообразно осуществлять «по отдельности». При этом разбивку на периоды можно осуществлять как на основе самих ОВР, так и с использованием «внешней информации».

Для ряда приложений важное значение может иметь отношение амплитуд двух первых гармоник. Например, в рамках электроэнцефалографического анализа так называемый биспектральный индекс (отношение амплитуд альфа- и бета-волн) позволяет оценить уровень активности нервных процессов в мозгу человека, например в период общего наркоза. Также перспективным направлением следует считать фрактальный анализ ОВР [10].

Прогнозирование по времени для ОВР обычно осуществляется на основе выделенных тренда и периодической составляющей (составляющих) [9, 11, 13]. При этом «горизонт» прогнозирования может определяться с учетом: длительности периода, для которого есть данные в ОВР (обычно рекомендуется «горизонт» в несколько раз меньше этого периода); разброса фактических данных в ОВР по отношению к расчетным значениям параметра (по тренду и периодической составляющей [9, 11, 12]).

Анализ случайных остатков проводится после «удаления» тренда и периодической компоненты (компонент) [13, 14]. При этом оценка величин случайных остатков по отношению к исходным данным в ВР (до вычитания тренда и периодической составляющей) может быть характеристикой влияния остатков на результаты прогноза.

Переходим к рассмотрению МВР. Такие ряды могут возникать, по крайней мере, в следующих случаях. (А) Влияние одного общего фактора/причины (количественные оценки которого не известны) на параметры, отражаемые разными ОВР. При этом данные в разных ОВР могут «реагировать» на изменения влияющего фактора с различной «силой» и разными задержками по времени. (Б) Аналог «А», но влияющих факторов – несколько. При этом само

количество факторов может быть неизвестным. В этом варианте эффективным решением по снижению размерности «пространства параметров» может быть использование методов «главных компонент» и «главных факторов» [4]. (В) Влияние одного параметра в одном ВР на значения параметров в других ВР. (Г) Совместное влияние параметров в двух или большем количестве ВР на другие ВР.

Описанные варианты (А–Г) могут рассматриваться как соответствующие одностороннему влиянию. Однако на практике между ОВР в МВР могут быть «обратные связи», т.е. влияющие и «подверженные влиянию» параметры могут меняться местами.

Ряд примеров МВР представлен нами в [2, с. 47]. Для простоты будем далее считать, что все ОВР, входящие в МВР, равномерные по времени и отсчеты в них относятся к одним и тем же моментам времени.

В отношении МВР могут быть важны характеристики взаимодействия (связи) параметров, представленных ОВР. Это, прежде всего, синхронность/асинхронность изменений параметров в таких рядах.

Если не учитывать временные сдвиги между ОВР, то оценку «связанности» рядов в МВР можно дать на основе парных коэффициентов корреляции по Пирсону [8]. Среднее арифметическое значение таких парных коэффициентов корреляции, вычисленное по верхнему треугольнику корреляционной матрицы, определяет «связанность» ансамбля параметров, отражаемых ОВР.

Величина временного сдвига между двумя ОВР может быть в простейшем случае найдена по максимуму коэффициента парной корреляции при различных величинах сдвигов ОВР друг относительно друга [9]. Подчеркнем, что в таких парах ОВР могут находиться параметры, имеющие различные единицы измерения. В простейшем случае для варианта «В» на основе величин временных сдвигов может быть выделен «влияющий» параметр, а для остальных построена «диаграмма запаздываний». Однако в случае периодических колебаний, наличия обратных связей и пр. такой подход обычно оказывается малопродуктивным.

Переходим к анализу возможных подходов к анализу и прогнозированию данных на основе МВР. Для МВР методы построения РУ значительно сложнее, чем для ОВР [9, 12]. В простейшем случае РУ для параметра, подверженного влиянию (W), строится как сумма сил влияний от влияющих параметров $\{Q_k\}_{k=1...K}$

$$W = a_0 + \sum_{k=1}^K a_k Q_k, \quad (9)$$

а коэффициенты $\{a\}$ в (9) находятся по методу МНК. В случае пошаговой регрессии в РУ могут быть «автоматически» включены лишь те параметры, влияние которых является значимым [4].

В общем случае в РУ могут также учитываться: квадратичные члены; перекрестные произведения между влияющими параметрами; запаздывания влияния параметров, в том числе распределенные во времени [12]; разной точности данных в отдельных ОВР; разной степени влияния на РУ «более свежих» по времени данных, по сравнению с более «старыми». Все это усложняет формы РУ, приводит к неоднозначности их структур. Поэтому возникает задача определения «оптимальной сложности» с учетом неточностей данных, используемых для построения РУ. Такая задача является плохо формализуемой, так как возможны разные варианты РУ примерно одинаковой сложности.

Альтернативой использования РУ (и расчета коэффициентов для них) может быть представление процессов, описываемых МВР с помощью так называемых «переходных матриц». Коэффициенты таких матриц могут быть найдены в рамках процедур «калибровки» по методам типа МНК или «поиска глобального экстремума».

Еще одной возможной альтернативой описания МВР является использование систем обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Коэффициенты в них находятся по результатам имитационного моделирования в рамках процедур калибровки («подгонки» результатов имитационного моделирования к фактическим значениям в МВР – за счет выбора значений коэффициентов). Этот вариант может быть продуктивен, если вид ОДУ может быть изначально выбран из каких-то соображений.

Отметим, что для «переходных матриц» и систем ОДУ при наличии «запаздываний влияния» начальных условий для нулевого момента времени недостаточно, необходимы еще условия для предшествующих моментов времени (их количество определяется длительностью времени запаздывания).

В последние десятилетия в отношении прогнозирования на основе МВР активно развиваются направления, основанные на нейросетевых технологиях. При этом количество входов таких сетей равно количеству ОВР в МВР; отсчеты (значения параметров) в ОВР используются для «обучения» таких сетей. В силу разной степени влияния на прогнозные значения «более свежих» и «более старых» по времени данных в ОВР, могут быть целесообразны модификации стандартных вариантов нейронных сетей.

Итак, исходя из всего вышесказанного, можно сделать следующие выводы.

1. Практические потребности включают в себя анализ и прогнозирование как для ОВР, так и МВР.
2. В задачах управления отсчетами для ОВР и МВР могут использоваться различные математические модели для оптимизации моментов отсчетов и их точности.
3. Предварительная обработка ОВР и МВР для удаления «шумов» в ряде случаев весьма полезна. Она может осуществляться различными методами.
4. В рамках анализа ОВР все в большей степени начинают использоваться методы спектрального и вейвлет-анализа.
5. Существующие методы обработки данных в МВР позволяют извлечь лишь часть имеющейся в них информации. Это делает перспективным дальнейшую разработку таких методов.

Список литературы

1. Безручко Б. П. Математическое моделирование и хаотические временные ряды / Б. П. Безручко, Д. А. Смирнов. – Саратов : ГосУНЦ «Колледж», 2005. – 320 с. – ISBN 5-94409-045-6.
2. Брумштейн Ю. М. Анализ методов исследования процессов, описываемых взаимосвязанными временными рядами / Ю. М. Брумштейн, М. И. Иванова // Известия Волгоградского государственного технического университета. Сер. Актуальные проблемы управления, вычислительной техники и информатики в технических системах. – 2011. – Вып. 10, № 3 (76). – С. 45–51.
3. Брумштейн Ю. М. О возможных модификациях метода наименьших квадратов при построении математических моделей процессов по экспериментальным данным / Ю. М. Брумштейн, Д. А. Каргина, А. П. Бухонов, А. А. Боркова // Методы и алгоритмы прикладной математики в технике, медицине и экономике : материалы IX Междунар. науч.-практ. конф. (г. Новочеркасск, 24 февраля 2009 г.) / Юж.-Рос. гос. техн. ун-т (НПИ). – Новочеркасск : ЮРГТУ, 2009. – С. 14–16.
4. Дубров А. М. Многомерные статистические методы / А. М. Дубров, В. С. Мхитарян, Л. И. Трошин. – Москва : Финансы и статистика, 2000. – 352 с.
5. Калиткин Н. Н. Численные методы / Н. Н. Калиткин. – Москва : Наука, 1978. – 512 с.
6. Каспийское море. О влиянии экологических изменений на биоразнообразие и биопродуктивность / под ред. А. Ф. Сокольского. – Астрахань : ООО «КПЦ «Полиграфком», 2009. – 404 с.
7. Кендэл М. Временные ряды. – Москва : Финансы и статистика, 1981. – 199 с.
8. Лакин Г. Ф. Биометрия / Г. Ф. Лакин. – Москва : Высшая школа, 1973. – 344 с.
9. Отнес Р. Прикладной анализ временных рядов. Основные методы / Р. Отнес, Л. Эноксон. – Москва : Мир, 1982. – 428 с.
10. Синютин С. А. Новые методы обработки биологических сигналов организма / С. А. Синютин

// Нейробиология и новые подходы к искусственному интеллекту и науке о мозге : материалы Третьей всероссийской научной школы для молодежи. – Ростов-на-Дону : Изд-во ЮФУ, 2012. – С. 23–33.

11. Справочник по прикладной статистике : в 3 т. ; пер. с англ. / под ред. Э. Ллойда, У. Ледермана, С. А. Айвазяна, Ю. Н. Тюрина. – Москва : Финансы и статистика, 1990. – Т. 2. – 526 с.

12. Хеннан Ч. Многомерные временные ряды / Ч. Хеннан. – Москва : Мир, 1974. – 576 с.

13. Чупраков Е. П. Прогнозирование эконометрических временных рядов / Е. П. Чупраков. – Москва : Финансы и статистика, 2008. – 208 с.

14. Юзбашев М. М. Статистический анализ тенденций и колеблемости / М. М. Юзбашев, А. И. Манелля. – Москва : Финансы и статистика, 1983. – 207 с.

References

1. Bezruchko B. P., Smirnov D. A. *Matematicheskoe modelirovanie i khaoticheskie vremennye ryady* [Mathematical modeling and chaotic time series]. Saratov, State Educational-Scientific Center “College”, 2005. 320 p. ISBN 5-94409-045-6.

2. Brumshteyn Yu. M., Ivanova I. M. Analiz metodov issledovaniya protsessov, opisyvaemykh vzaimosvyazannymi vremennymi ryadami [The analysis of methods of research of the processes described by interconnected time series]. *Izvestiya Volgogradskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta Seriya. Aktualnye problemy upravleniya, vychislitelnoy tekhniki i informatiki v tekhnicheskikh sistemakh* [News of Volgograd State Technical University. Series. Actual problems of management, computer engineering and informatics in technical systems], 2011, issue 10, no. 3 (76), pp. 45–51.

3. Brumshteyn Yu. M., Kargina D. A., Bukhonov A. P., Borkova A. A. O vozmozhnykh modifikatsiyakh metoda naimenshikh kvadratov pri postroenii matematicheskikh modeley protsessov po eksperimentalnym dannym [On the possible updatings of method of the smallest squares at construction of mathematical models of processes by experimental data]. *Metody i algoritmy prikladnoy matematiki v tekhnike, meditsine i ekonomike: materialy IX Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii (g. Novocheerkassk, 24 fevralya 2009 g.)* [Methods and algorithms of applied mathematics in engineering, medicine and economics: Proceedings of the Ninth Scientific-Practical Conference (Novocheerkassk, 24 February 2009)]. Novocheerkassk, South-Russian State Technical University, 2009, pp. 14–16.

4. Dubrov A. M., Mkhitaryan V. S., Troshin L. I. *Mnogomernye statisticheskie metody* [Multidimensional statistical methods]. Moscow, Finances & Statistics, 2000. 352 p.

5. Kalitkin N. N. *Chislennye metody* [Numerical methods]. Moscow, Nauka, 1978. 512 p.

6. *Kaspiyskoe more. O vliyaniy ekologicheskikh izmeneniy na bioraznoobrazie i bioproduktivnost* [The Caspian Sea. On the influence of ecological changes on biodiversity and bioproductivity], ed. by A. F. Sokolskiy. Astrakhan, 2009. 404 p.

7. Kendel M. *Vremennye ryady* [Time series]. Moscow, Finances & Statistics, 1981. 199 p.

8. Lakin G. F. *Biometriya* [Biometry]. Moscow, Vysshaya shkola, 1973. 344 p.

9. Otnes R., Enokson L. *Prikladnoy analiz vremennykh ryadov. Osnovnye metody* [Applied analysis of time series. Main methods]. Moscow, Mir, 1982. 428 p.

10. Sinyutin S. A. Novye metody obrabotki biologicheskikh signalov organizma [New methods of organism biological signal processing]. *Neyrobiologiya i novye podkhody k iskusstvennomu intellektu i nauke o mozge: materialy Tretyey vserossiyskoy nauchnoy shkoly dlya molodezhi* [Neurobiology and new approaches to artificial intelligence and brain science: Proceedings of the Third All-Russian Scientific Youth School]. Rostov-on-Don, Southern Federal University Publ. House, 2012, pp. 23–33.

11. *Spravochnik po prikladnoy statistike* [Directory on applied statistics], ed. by E. Lloyd, U. Lederman, S. A. Ayvazyan, Yu. N. Tyurin. Moscow, Finances & Statistics, 1990, vol. 2. 526 p.

12. Khennan Ch. *Mnogomernye vremennye ryady* [Multidimensional time series]. Moscow, Mir, 1974. 576 p.

13. Chuprakov Ye. P. *Prognozirovanie ekonomicheskikh vremennykh ryadov* [Forecasting of economic time series]. Moscow, Finances & Statistics, 2008. 208 p.

14. Yuzbashev M. M., Manellya A. I. *Statisticheskii analiz tendentsiy i koleblemosti* [Statistical analysis of tendencies and variability]. Moscow, Finances & Statistics, 1983. 207 p.